219

یازوچیدن بر ایکی سوز :

بزنڭ تاتار قوملری ، نه قدر قصورلق وزحمتلر چیکسه‌لرده ، ملیتنی اعتبار اینمگان متحیرلر طرفندن ، امیدسزلندرلسه‌لرده ، اوزی نسلنڭ طوتدیغی بولینی یوغالتمی ، کوزلاگان مقصودلرندن آیرولمابنچه ، مقصد اعلی‌لرینه چاقروملی خطوه‌لری ایله آطلاب بارمقده‌لر؛ بونڭ ثمره‌سی دگلمی؟ مدرسه‌لرنی نظامغه صالوغه اجتهاد ایته‌لر؛ بالالرینی اوقوتوغه بیره‌لر؛ بالالرینڭ باشلرینی ، بو کونگاچه واقوب کیلگان سفسطه‌لرنی اوقوتودن بتونلای اخلاصلری چاورولوب ، بالالرینه فنون جدیده ومهذب علوم دینیه اوقوتوغه کرشدیلر؛ تاتار تلنده تورلیچه فنون جدیده کتابلری میدانه کلدیلر؛ لکن اجتهادمز صوڭغی زمانلرده‌غنه کورونه باشلادقندن ، باشقه قوملرگه قاراغانده کوب درجه آرتده‌مز؛ بزلر چاقروملاب آطلاساق ، باشقه‌لر میللر ایله آطلامقده‌لر؛ برده طوقتاب طورمیلر؛ آنلر ، هر بر فننی اوز تللرینه کوچروب ، اوزلرینکی ایتوب بتوردیلر؛ بر فننیده قالدرمابنچه دیبارلك اوز تللرینه نقل ایتدیلر.

بزلرده ایسه اشلر باشقه‌چه؛ تلمزگه حساب ، جغرافیه ، تاریخ ، علم اشیا فنلری کوچرولسه‌لرده ، بیك آزدر؛ تجوید ، الفباء کتابلری ایللیشر ، نسخه بولغانده ، باشقه فنلرنڭ گنه برر ، ایکیشر نسخه کتابلری بولولری حتی بعض فنلرنڭ کتابلری بتونلایوك بولماولری تأسف ایتارلك حاللردندر.

بزلرده حیاة اجتماعیه‌نڭ بر قسمی اولدقمزدن ، باشقه قوملر کبی

بزگەده، علوم حکمیه، علوم الهیه، علوم ریاضیه وطبیعیه هم باشقه فنلرنیده، تلمزگه کوچرمك لازمدر؛ شولای ایتسەك‌گنه تلمز قوّتلنور؛ شول وقتدەغنه مقصودلرغه جیتوشده طورغان طریقچه، ملت بالالرینی اوقوتمق ممکن بولور؛ بونك ایچون، هر بریمزگه اجتهاد ایتمك فرضدر.

فکرلرنی تصفیه ایته طورغان فننی، باشقه فنلردن آلدەراق طوتمق لازمدر؛ ذهنلرنی تصفیه وتشحیذ، فکرلرنی اصلاح ایته طورغان فنلردن بریده هندسه فنیدر؛ هندسەنك اهمیتی طوغریسنده مولانا ابن خلدون ایله فاضل مرجانی شهاب‌الدین حضرتلرینك اینکان سوزلرینی، اوقوچیلرغه عرض ایتونی فائدەدن خالی بولماس دیبه زعم ایدەرم.

آنلر دیورلر: «هندسه، اوزینه آشنا بولغان ذاتلرنك عقلینه یاقتیلق، فکرلرینه طوغریلق بیرور؛ هندسه، فکر ایچون صابون اورننده‌در؛ فکرنك کرینی یووار؛ فکرنی، کرلردن، پاصلردن صاف ایتەر؛ زیرا که، آنك برهانلری منتظم، قیاسلری روشانلردر؛ بونك ایچوندرکه، هندسه بیلگان کشیلرنك فکرلری خطادن یراق بولورلر؛ هندسەگه آشنا بولغان کشی‌گه عقل کامل پیدا بولور. حکیم مشهور افلاطوننك ایشگینه «هندسه بیلمگان کشی اویمه کرماسون» دیوب یازولوب قویولوی مرویدر.

بونك ایچون، اقتدارسزلغمله برابر، ملتداشلریمه بر خدمت عاجزانەم اولسون دیبه، هندسه فننده برکتاب یازماغه جسارت ایتدم؛ بو خصوصده یازلمش عرب، ترکی هم روس کتابلرینی قاراب، هر برندن ما صالرینی اقتباس ایتوب، ایك اسهل طریق اوزره یازاراق،

بو کتابچه‌نی میدانغه کیتوردم؛ هندسه فننده یازلمش کتابلرنک افاده‌لری تورلیچه اولدقلریله برابر، بعض کتابلرده هندسی مسئله‌لر چووالچق وصاتاشدرورلق ره‌وشده بیان اولندقندن، شاکردلر ایچون، فائده‌لری پك آزدر؛ بعضیلری، ایسکی منطق کتابلری شیکللی کلیه‌لرنی بیان ایتوبکنه، عملیاته کروشمدکلرندن آنداین کتابلرنک بارلقلری، یوقلقلریله برابردر؛ زیراکه کافیه متنی یادلاغان کبك، هندسه دعوی‌لرینی یادلاو ایله، شاکردلر ایچون آرتق فائده امید ایتوب بولمیدر؛ ذاتا، عملیاتیله اوقولماغان فن یخشی آڭلاشولمادیغی کبی، آڭلاشولغان قدرلسیده تیز زمانده اونوتولوب کیته‌در.

بولارنك همه‌سینی اعتبارگه آلوب، هندسه کتابمی نظری وعملی طریقده یازدم؛ هر بر قاعده ودعوی صوڭنده سؤاللر وتمرینات ایله مسئله‌لری، شاکردلرنك ذهنلرنده قالدرورلق درجه‌ده یازماغه دقت ایتدیکم کبی هر بر تعریفاتنی صاف وطبیعی صورتده افاده ایتوب، تاتارنك ادبی تلنده یازماغه اجتهاد ایتدم؛ تلمزده استعمال ایتلمکده بولغان لغتلرنك آزلغندن، بعض یبرده آغر تعبیرات استعمال ایتولسه‌ده، آنلر تحت الخط بیان وروشان ایتولدی؛ هر بر اصطلاحی سوزلرنك روسچه تعبیراتیده یازولدی؛ بونك نی درجه‌ده ضروری ایدیکی هرکیمگه معلومدر.

بوکتاب اوچ قسمدن عبارت بولوب، قسم اوّلی، هندسهٔ مستویه قسمندن برجزأ اولارق، خطوطدن بحث ایتوب، برنچی رشدیگه خاصدر. ایکنچی قسم، هندسهٔ مستویه نك قالغان مسئله‌لرینی حاوی اولارق، ایکنچی رشدیگه خاصدر. اوچونچی قسم ایسه، هندسهٔ مجسمه‌دن بحث

ایتەدر؛ بو قسم اوچنچی رشدی ابچوندر؛ بو قسمنی قسقه ایتوومنك سببیده، اوچنچی یلده شاکردلرنك، اوچنچی قسمنی چیغوب، اوّلگی ایکی قسمنیده تکرار ایتارگه اولگره آلولربنی اعتبار ایتمکمدر. اثبات ایتلگان دعوی‌لری تکرار سویلاودن اجتناب ایچون، اوتمش دعوی‌لرنك بندلری کورساتلدی. بندەنك خطادن خالی اولمدیغی معلوم اولدیغی کبی، بندە ایچون، خطاسینی بیلوب اصلاح ایتودن مسعود بر اش یوقدر؛ بونك ایچون، اصلاح کوزلری ایله قاراب، طابقان خطالریمی کورگازگان ذاتلرغه تشکر ایدەرەك، کیلاچك طبعلرندە اصلاح ایتوگه اجتهاد ایتەچکم والسلام علی من تبع الهدی.

عبد الله العصمتی.

ع . عصمتى .

عملى و نظرى

اصول هندسه

برنچى قسم

روس ، ترك وعرب لسانلرنده بولغان هندسه كتابلرينك اورتا مكتبلر پروغراماسينه داخل بولغانلرندن بالانتخاب ترتيب ايتلدى .

ناشرى :

صباح كتبخانه سى

КАЗАНЬ.
Типо-Литографія Императорскаго Университета.
1908.

"مقدمه"

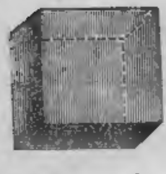
§ ١ شی٬ جسم — اعضاءٔ حسیه‌مزگه طوغریدن طوغری، یا که بالواسطه تورلیچه تأثیرات حصوله کیتورگان وکیتوره بیلگان هر نرسه‌گه « شیٔ = вещество » دیوله‌در؛ شینك چیکلانگان وهیچ بولونماسلك درجه‌سنده کیچکنه بولغان کیساگینه « ذره = маликулъ » دیولوب، ذراتدن مرکب بولغانلرینه « جسم=тѣло » دیوله‌درکه، طاش، صو، هوا، همه‌سی برر جسملردر؛ آنلرنی جسم طبیعی دیورلر.

§ ٢ جسم هندسی، حجم، سطح، خط، نقطه — جسملر ایسه، اورنده بولندیغمز کرهٔ ارض ایله بتون کرا کبی حاوی بولغان بوشلقنك « بعد مجرد، فضا = небесное пространство » بر قسمنی ضبط ایته‌در؛ ایکنچی تعبیر ایله اینکانده بوشلقنك ایچنده، مخصوص بر اورنده طورادر؛ جسمنك بعد مجردده تمیز ایتدیکی دیمك جسمنك طوردیغی اورنینه « جسم هندسی = جسم تعلیمی = حجم = геометрическое тѣло، объемъ » دیوله‌در؛ جسم نك حجمنی ایلاندروب آلغان هم آنی، بعد مجرددن آیورغان اورنینه « سطح = поверхность » دیوله‌در؛ سطحنك چیگینه « خط = линія »، خطنك چیگینه « نقطه = точка » دیوله‌در.

سطح، خط، نقطه، جسمدن بروقتده آیرولمیدر؛ آنلرنك جسمدن باشقه هیچ بر وجودی یوقدر؛ آنلرنی، جسمدن خیالده‌غنه آیروب، اعتبار اینوله‌در.

§ ٣ طول، عرض، ثخن — جسملرنك اوچ بعدینی کوره‌مزکه، آنلرغه «طول = اوزونلق = длина»، «عرض = کیکلك = ширина»، «ثخن = بیوکلك = вышина» دیولور؛ بیوکلکنی بعض وقتده قالونلق «толщина = یاکه تیره‌نلك = عمق = глубина» دیوبده ایته‌لر؛ مثلا قویینك تیره‌نلگی، طاقتانك قالونلغی دیورلر.

سطحلرده ایکی‌گنه بعد باردر: طول، عرض، خطده برگنه بعد باردر: طول؛ نقطه‌ده هیچ بر بعد یوقدر.



(رسم ١)

(رسم ١) ده کورگازلمش یاشچیكنك آلطی سطحی، هر سطحنك دورتار ضلعی دیمك خطی، هر بر خطنك بری آخرینه طوتاشمش اورنلرنده نقطه‌لری باردر.

§ ٤ خط مستقیم، خط منکسر، خط منحنی — خطلر آراسنده ایك بسیطی، هر کیمگه ایك آچق روشده معلوم بولغانی خط مستقیمدرکه، قولمز ایله طارتولمش یپ، آنك روشینی کورگازه‌در.

خط مستقیمنی «امتدادنده توجهنی هیچ بر اوزگارتمی طورغان خط» دیوب تعریف اینمکده ممکندر.

هندسه عالملری، خط مستقیمنی غیر متناهی صوزولمش اعتبار اینه‌لر؛ اگر خط مستقیمنك بر طرفی‌غنه چیکلانمش بولسه «مستقیم» دیورلر؛ هر ایکی طرفیده چیکلانمش بولسه «قسم مستقیم» دیرلر.

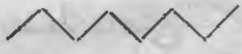
غیر متناهی صزولمش مستقیمنی کاغدگه یاکه بیرگه صزوب کورگازمك ممکن دگلدر؛ بلکه آنلرنك جزقلریگنه صزولورده، نهایه‌سز صزولمش دیوب اعتبار اینلور.

قسم مستقیم، ایکی نقطه آراسنده محدود بولوب، باشلرنده یازولمش ایکی حرف ایله اوقولور. (رسم ٢) ده، ا ب، خطی دییه اوقولور؛ باشلرینه، ایکی حرف قویولماغان مستقیم، غیرمتناهی اعتبار اینولوب اوستینه یازولمش بر حرف یا که ایکی حرف ایله اوقولور. (رسم ٣) ده، ح خطی دِییه اوقولور.

(رسم ٢)

(رسم ٣)

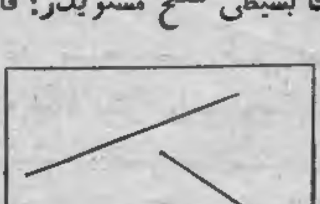
بری آخر بله کیسوشکان مستقیملردن یاصالغان خطقه «خط منکسر = ломанная линія» (رسم ٤) امتدادنده برگنه اورنیده مستقیم بولماغان خطقه «خط منحنی = خط منثنی = кривая линія» دیرلر؛ خط منحنی‌نی «امتدادنده توجهی همان اوزگاره طورغان خط» دیو بده تعریف ایتمك ممکندر. (رسم ٥)


(رسم ٤)

(رسم ٥)

§ ٥ سطح مستوی، منکسر ومنحنی

— سطحلر آراسنده ایلك بسیطی سطح مستویدر؛ قایسی‌غنه ییرینه بولسون، خط مستقیمنی قویوب قاراغانده آنك بارلق کیساکلری تیوب طورغان سطحغه «плоскость = سطح مستوی» دیولور؛ کوزگینك اوستی سطح مستویدر. (رسم ٦)


(رسم ٦)

سطح مستوینلڭ تقاطعندن مرکب بولغان سطحقه « سطح منکسر = ломанная поверхность » دیولور؛ نه‌ده مستوی ونه‌ده مستویدن مرکب بولماغان سطحقه « سطح منحنی = кривая поверхность » دیولور؛ قاربوز وآلمانلڭ سطحلری کبی.

§ ٦ شکل، شکل مستوی، شکل مجسم — خط، سطح ونقطه‌لردن مرکب بولغان هیئتکه « شکل = фигура » دیولور. همه اجزاسی برگنه سطح مستویگه تیوب طورغان (منطبق بولغان) شکل‌گه « شکل مستوی » دیولوب، قلله نیچه سطحقه تیوب طورغان شکل‌گه « شکل مجسم » دیولور.

§ ۷ اشکال متساویه — برین ایکنچیسینلڭ اوستینه قابلاب قاراغانده، برین بری بتونلای قابلاب طورغان، بری برندن آرتقده کیمده بولماغان شکللرگه « اشکال متساویه » دیولور؛ بیشر تین‌لك آقچه‌لرنلڭ برین ایکنچیسینلڭ اوستینه قابلاب قاراغانده، برین برسی بتونلای قابلاب طوردقلرندن، آنلرنلڭ شکللری متساویدرلر.

§ ۸ هندسه تعریفی وتقسیمی — هندسه لفظی فارسیچه « آندازه » دن محرفدر؛ آندازه، آلتمش سانتیمیتره اوزونلغنده بولغان اولچاودر؛ هندسه معناسنده، روسچه‌ده مستعمل « геометрія » کلمه‌سی لاطینچه اولوب، ایکی کلمه‌دن مرکبدر: гео = ارض = بیر، метръ = اولچاو دیمك اولوب، بیرنی اولچاو معناسینی افاده ایته‌در. هندسه فنی، مصریلر طرفندن ایجاد ایتولمش فندر؛ مصریلر حاضرگی زمانده اولدیغی کبی اوّلگی زمانلرده‌ده آشلقلرینی آرق‌ایله صووارمقده ایدیلر؛ آرقلرنی قازوغانده ره‌تلب قازو وبیرلرنی اولچاب خراج آلو

ایچون، ایجاد ایتولمشدر؛ لکن صوڭغی زمانلرده، هندسه مسئله‌لرینی بیك منتظم طرزده اصلاح وکیرکلی باشقه بعض مسئله‌لرنیده کرگزوب، بیوك بر فن حالینه کیتورولمشدر؛ بونڭ ایچونلرکه، هندسه‌نی، شکللرنڭ خواصندن، اوزونلق، گیڭلك هم حجمنڭ زورلغندن بحث ایته طورغان علم دیوب تعریف ایتوله‌در.

اشکال مستویه‌دن بحث ایته طورغان هندسه‌گه «هندسهٔ مستویه، مسطحه = планометрія»، اشکال مجسمه‌دن بحث اینکان هندسه‌گه «هندسهٔ مجسمه = стереометрія» دیوله‌در.

§ ۹ **متعارفه**— هر فن‌نڭ مسئله‌لرینی اثبات ایتکانده، اثباتته محتاج بولماینچه هر کیمگه معلوم درجه‌سنده بولغان بدیهی حقیقت‌لرگه اعتماد ایتوله‌در؛ شولارغه بنا ایتوب، مجهولات اثبات ایتوله‌در؛ آندآین، اثباتسز معلوم بولغان حقیقتلرگه «علوم متعارفه یاکه متعارفه = (۱) аксіома» دیوله‌در؛ هندسه‌ده مستعمل متعارفه‌لرنڭ بر طاقمی بونلردر:

۱ — کل، جزئندن بیوکدر.

۲ — کل، اجزاسی مجموعینه مساویدر.

۳ — ایکی مقداردن هر بری، اوچنچی مقدارغه مساوی بولسه، اول مقدارلر مساویلردر.

۴ — مساوی بولغان مقدارلرغه، مساوی اولارق جزءلر قوشولسه‌لر، اوّلگی کمیتکه ضرر کیلماز. «ایکی نقطه اوستندن برگنه مستقیم صزمق ممکندر؛ ایکی نقطه آراسنده صزولمش خطلرنڭ ایڭ قسقه‌سی، مستقیمدر» قضیه‌لری هندسه عالملری قاشنده بلا اثبات قبول ایتولمش متعارفه‌دندر.

---

(۱) متعارفه‌نی، اثباتی ایچون، آندنده بدیهی حقیقتی طابو ممکن بولماغان حقیقت دیوبده تعریف ایتکانلر باردر.

§ ۱۵ دعوی، نتیجه، دعوی معکوسه، مسئله—

تعریف واثبات اینوگه محتاج بولغان واثبات ایتمایاینچه بدیهی بولماغان حقیقتکه، قضیه‌غه « دعوی = теорема » دیولور.

« دعوی » دن متولد وآنی اثبات ایندکده استلزاما معلوم بولغان حقیقتکه « نتیجه = слѣдствіе » دیولور.

دعوی نڭ صورت افاده‌سی ایکی قضیه‌دن عبارت بولوب، برنچیسینه « فرضیه = مقدم = условіе » ایکنچیسینه « حکم = تالی = заключенія » دیولور.

اصل دعوی نڭ مقدمنی تالی، تالیینی مقدم یاکه اصل دعوانڭ مقدمینڭ برقسمینی تالیده، تالیینڭ برقسمینی مقدمده تضمین ایتودن حاصل دعوی‌گه « دعوی معکوسه = обратная теорема » دیولور.

دعوینڭ صحیح بولووی، مطلقا عکسینڭ صدقنی مستلزم دگلدر.

مسئله — حلی مطلوب بولغان سؤال مقدرگه، مسئله دیورلر.

تعریف — برنرسه‌نی آچیق بیان ایتمك؛ مصطلح لفظلرنڭ نبندایین مفهوماته بیرلدیکینی سویلامك.

اخطار: یوقاروده یازولمش بندلرنی برام برام صورامق تیوشدر.

برنچی قسم

خط مستقیم وزاویه بیاننده

I فصل

خط مستقیم

§ ۱۱ تعیین نقطه — طاقتا یا که کاغد اوزرینه قلم ایله تورتسه‌ك نقطه حاصل بولادر؛ بوندا این نقطه‌لرنڭ بایتاقغنه زورلقلری بولدقندن، آنلر هندسی نقطه بولماسلر؛ شولای بولسه‌ده، بونلرنی هندسی نقطه دیوب اعتبار ایتولورلر؛ نقطه‌لرنی برین آخرندن آیرو ایچون آلارنڭ یانینه حرف یازولوب، نقطه‌لرنی شول حرف ایله اوقولور؛ (رسم ۷) ا نقطه‌سی، ب نقطه‌سی، ق نقطه‌سی دیه اوقولور.

. ا، . ب، . ق

(رسم ۷)

§ ۱۲ مستقیم‌نڭ ایکی خاصه‌سی — (رسم ۸) ده کورگازولدیکی اوزره بر نقطه اوستندن، قللہ نیچه مستقیم صزمق ممکندر؛ بزنڭ رسم‌ده دورت مستقیم صزولمشدر.

(رسم ۸)

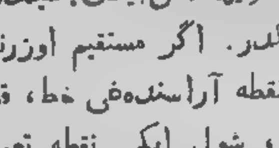
(رسم ۹) ده کورگازولدیکی اوزره ایکی نقطه اوستندن مثلا: (ا، ب) نقطه‌لری اوستندن مستقیم صزمقچی بولساق، برگنه مستقیم صزمق ممکندر؛ بوندن خط مستقیمنڭ خاصه‌لری ظاهر بولادر.

۱نچی خاصه — ایکی نقطه اوستندن برگنه مستقیم صزمق ممکندر؛ ایکنچی تورلی اینکانده، ایکی نقطه، مستقیمنڭ وضعیتنی تماما تعیین ایته‌در.

(رسم ۹)

§ ۱۳ بوگارچه مستقیم طوغر یسنده‌غنه سویله‌نلمش ایدی: شیمدی. مستقیم‌نڭ اجزالری طوغر یسنده سویله‌نه‌چکدر. اگر مستقیم اوزرنده ایکی نقطه‌نی بیلگوله‌ب آلساق، ایکی نقطه آراسنده‌غی خط، قسم مستقیم (§ ۴) بولوب، آنڭ اوزونلغینی، شول ایکی نقطه تعیین ایته‌در؛ بونڭ ایچوندرکه، خطنڭ وضعیتی طوغر یسنده دیولسه، مستقیم ملاحظه بولنور؛ خطنڭ اوزونلغی دیولسه، فقط قسم مستقیم ملاحظه بولنور.

۲ نچی خاصه — ایکی نقطه آراسنده صزولمش خطلرنڭ ایڭ قصقه‌سی مستقیمدر؛ (رسم ۱۰) ده کورگازولدیکی اوزره ایکی نقطه آراسنده صزولمش خطلرنڭ ایڭ قصقه‌سی، قسم مستقیم ایدیکی کورنوب طورادر؛ مستقیمنڭ مذکور خاصه‌لرینه بناءً، ایکی نقطه آراسنده‌غی یراقلقنی (مسافه) قسم مستقیم بوینچه اولچانه‌در؛ ایکنچی تورلی ایتوب اینکانده، ایکی نقطه آراسنده‌غی قسم مستقیم‌نڭ اوزونلغی، شول نقطه‌لرنڭ مسافه آراسنده‌غی اعتبار ایتولوب، قسم مستقیمنی اولچامکله، نقطه‌لرنڭ آراسنده‌غی مسافه معلوم بولادر.



(رسم ۱۰)

§ ۱٤ مستقیملرنی صزو طریقی — طاقتا وکاغد اوزرنده، مستقیم «مخطاط = линейка.» ایله صزلور؛ ایکی نقطه آراسنده مستقیم صزق مطلوب ایسه، مخطاطنڭ قریینی شول نقطه‌لرنڭ یانینه تیدروب قویوب، قلم ایله مخطاط بوینچه صزولورسه، مطلوب بولغان

مستقیم حاصل بولور؛ مخطاط قصقه بولسه، مخطاطنڭ بر آز قسمینی صزولمش خط یاننده قالدروب، مخطاطنی شودروب بارولور.

مخطاط — چینلری بیك طوغری بولغان یانصی (یاصص) طاقتادر.

ایکی نقطه‌نڭ آراسی، مخطاط ایله صزومشقتلی بولورلق درجه‌ده، یراق بولسه، خط مستقیمنی، بالطا اوستالرنده استعمال ایتولمکده بولغان «سجیم = шнурокъ» ابله صزولادر.

سجیم — بالطا اوستالرنده استعمالی شائع بولغان باو، یبدن عبارتدر.

سجیمنڭ استعمال طریقی — سجیم کومر یاکه آق بور ایله بویالور؛ صوڭره سجیم، آرالرنده مستقیم صزو مطلوب بولغان ایکی نقطه آراسنده طارتوب قویولارق، سجیم اورتاسندن بارماق ایله کوتارلوب، کیناتدن توشروب یبارولسه، مطلوب بولغان مستقیم حاصل بولور.

§ ۱۵ مخطاطنڭ طوغریلغینی بلو — کاغذ یاکه

طاقتا اوزرنده ایکی نقطه آلوب، شول نقطه‌لرنڭ یانینه مخطاطنی قویارق، قلم ایله صزولور؛ صوڭره نقطه‌لرنڭ ایکنچی طرفینه، مخطاطنی شولوق قربیی ایله قویوب دها صزولور؛ بو وقتده برگنه مستقیم حاصل بولورسه، مخطاط طوغری بولوب، عکس حالده قیشق بولور (§ ۱۲)

§ ۱٦ یر اوستنده مستقیم صزو طریقی — یر

اوستنده مستقیمنڭ اورنین بیلگوله‌و ایچون، قازقلر وباغانالر استعمال ایتولور؛ اشنڭ دورست وجیکل بولووی ایچون قازقلرنڭ توزو قسقارق بولمقلغینه اعتبار اینمك لازمدر.

(رسم ۱۱ ده) کورگازولدیکی اوزره، (ا، ب) نقطه‌لری آراسنده مستقیم اورنینی تعیین ایچون، (ا، ب) نقطه‌لرینه ایکی باغانا قاغولور؛

صوگره بر کشی (ا) نقطه‌سی یاننده طوروب، ایکنچی کشی (س) قازیغینی آلورده (ب) نقطه‌سی یاغینه بر آز باروب (ا، ب) نقطه‌لری آراسینه قولنده‌غی (س) قازیغینی قویار؛ (ا) نقطه‌سنده قالغان کشی (ا) قازغی آشا (ب) قازوغینه قارار؛ اگر (ب) قازغیده (س) قازغیده کورونماسه (س) قازغینی شول بیرگه قاغار؛ اگر (س) قازغی آزغنه بر یاقغه آوشوب کورونسه، یوقاروده اینولگان کبی هر ایکی قازقده کورونماسدای ایتوب قاغولور؛ بوندن صوگره ایکنچی قازقنی آلوب، اۋلگی رەوشده اشلانور؛ شولای ایتوب (ب) نقطه‌سینه قدر باروالسه، مقصود بولغان مستقیمنڭ اورنی حاصل بولور؛ صوگره شول بیلگولنگان مستقیم بوینچه صوقا یورگوزولسه، مستقیم حاصل بولور.

(رسم ١١)

§ ١٧ خطلرنی اولچاو — نقطه‌ده بر تورلیك بعد (زورلق) بولمادقندن، آنلرنی بری آخریله تیگاشدروب هم‌زورلغین بلوب بولمیدر.

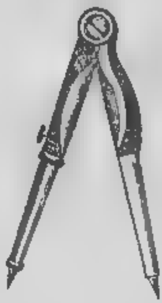
یوقاریده معلوم بولدیغی اوزره (§ ٣) خطلنڭ اوزونلق بعدی باردر؛ بونڭ ایچوندرکه، خطلرنی برین آخریله تیگاشدروب بوله‌در؛ اوزونلقلرین اولچاو ممکندر؛ لکن بیر اوزرنده بولغان خطلرنی تیگاشدرو

بیك آغردر؛ ذاتا لزومیده اول قدر یوقدر؛ آنلرنىڭ اوزونلقلرین اولچاو ایله ، آرالرنده‌غی نسبتلری معلوم بولادر. (١)

کاغذ اوستنده صزولمش خطلرنی تیکشدرونىڭ ، هندسه‌ده بیك زور اهمیتی بار کیله‌چکده کوروله‌چکدر.

§ ١٨ کاغذده‌گی خطلر آراسنده‌غی نسبتلرنی قاراو ایچون ، « جزبه = ЦИРКУЛЬ » استعمال قیلونادر.

جزبه : آچولوب جابولورلق ره‌وشده بر برینه برکتولگان ایککی آیاقدن عبارتدر؛ صزو ایچون ، آیاقلربنىڭ برسینه قرنداش قلم یاکه تیمر قلم قویولادر. (رسم ١٢)



(رسم ١٢)

§ ١٩ اوزونلق اولچاوی — اوزونلقنی اولچاو ایچون ،

روسیه دولتنده استعمال ایتولگان اولچاونىڭ ایلك قسقه‌سی « لینیه » بولوب ، اون لینیه‌گه « دویم » ، اون ایکی دویمغه « فوط » ، یدی فوطقه « سازین » دیوله‌در؛ اهالی آراسنده مشهور بولغان اوزونلق اولچاونىڭ ایلك قسقه‌سی « ۋیرشوك » بولوب ، اون آلتی ۋیرشوکگه « آرشین » ، اوچ آرشینغه « سازین » دیوله‌در؛ بش یوز سازینغه « چاقرم » دیوله‌در.

بو اولچاولرنىڭ هر بری واحد قیاسی بوله بیلورسه‌ده ، اوزونلقلرنىڭ تفاوتی اعتباریله ، واحد قیاسیلر تورلیچه بولورلر؛ ماتیر بیه (قماش) حقنده فلانچه چاقرم دیولمادیکی کبی ، ایکی شهرنىڭ آراسی فلان آرشین دیولماس.

باشقه دولتلرده و اهل فن قاشنده مستعمل بولغان اوزونلق اولچاوینىڭ واحد قیاسی اعتبار ایتولگانی « میتر » در.

---

(١) بو حقده بیر و باشقه نرسه‌لرنىڭ پلانلرینی آلو طریقینی بیانده مفصل سویلانور.

میتر برزنلکچه، ($۲۲\frac{۱}{۲}$) ۋیرشوك اوزونلقده بولغان اولچاودر. (*)

اون میترگه « دیکامیتر » دیولور.
یوز میترگه « گیکتومیتر » »
ملڭ میترگه « کیلومیتر » »
اون ملڭ میترگه « میریبامیتر » »
میتردن اون مرتبه قسقه اولچاوگه « دیتسامیتر » »
یوز مرتبه قسقه اولچاوگه « تصینتیمیتر » »
ملڭ مرتبه قسقه اولچاوگه « میللی میتر » »

گریك تیلنده « دیکا=اون » ، « گیکتو=یوز » ، « کیلو=ملڭ » ، « میریبا=اون ملڭ » دیمکدر؛ لاتین تلینده « دیتسا اوندن بر » ، « تصینتی=یوزدن بر » ، « میللی=مکّدن بر » دیمك بولوب، اوشبو سوزلرنی میتر لفظینه قوشو ایله یوقاریده اینولگانچه، اولچاو اسملری یاصالمشدر.

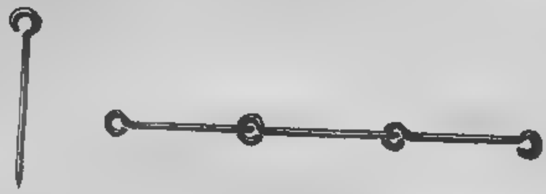
§ ۲۵ بیر اوستنده‌گی اوزون خطلرنی اولچاو ایچون ، مهندسلر « مساحه زنجیری=мѣрная цѣпь » استعمال ایته‌لر.

مساحه زنجیری: اوزونچه (فوط اوزونلغنده) یتمش بالداقنی برگه قوشوب ، اون سازین اوزونلقده یاصالغان چلبردر؛ هر یدی بالداق (سازین) صاین، نیچه سازین ایکانلکنی بیلدره طورغان صفرلر قویلمشدر؛ اولچاگان وقتده قاداب کیتار ایچون بر یاق اوچی ارغاقلی ، آرشین یاروم اوزونلقده تیمر قازق (ونك) استعمال ایتوله‌درکه، زنجیرنی اوستراب آلوب بارور ایچونده یاردمی باردر؛ بو ونکلرنڭ صانی اون

(*) طوغریسی ، میتر=۲۲٫۴۹۷۶ ۋیرشوك بولوب، جیکّللك ایچون، ($۲۲\frac{۱}{۲}$) ۋیرشوك دیولور.

دانه بولور. (رسم ۱۳) براوروننی مساحه زنجیری ایله اولچاوایچون، اۆلده (§ ۱٦) مستقیم صزولورده، صوڭره اولچاوگه کروشولور.

اولچاگانده کیمنده ایکی کشی کیره‌ك بولادر؛ اگر اولچاوایچون، مساحه زنجیری بولماسه، سازین صابون‌تو یبنی یا که



(رسم ۱۳)

بر علامتی بولغان آرقان (باو) ایله‌ده اولچامك ممکندر.

§ ۲۱ مساحه‌زنجیری ایله اولچاو طریقی – (ا، ب)

خطینی اولچامك مراد بولسه، بویله اجراء ایتولور: مهندس (ا) نقطه‌سی یاننده زنجیرنڭ بر باشینی طوتوب طورور؛ معاونی بولغان ایکنچی کشی، زنجیرنڭ ایکنچی اوچی ایله اون دانه وتدنی آلوب (ب) نقطه‌سینه طابا بارورده، زنجیرنی طارتوب یتکاچ (س) وتدینی قادار (رکز ایدر)؛ صوڭره مهندس هم معاونی (ب) نقطه‌سینه طابا یورورلر؛ (س) وتدینه یتکاچده، مهندس طوقتاب، زنجیر اوچینڭ (س) نقطه‌سی طوغروسنده (حذاء) بولمقینه دقت ایته‌ر؛ معاونیده (ح) وتدینی قادار؛ صوڭره، مهندس (س) وتدینی آلورده، معاونی ایله (ب) نقطه‌سینه طابا یورور؛ (ح) وتدینه یتکاچده، مهندس طوقتاب، زنجیر اوچینڭ (ح) وتدی طوغروسنده بولمقینه دقت ایته‌ر؛ معاونیده (ص) وتدینی قادار؛ اۆلده‌گی روشچه مهندس (ح) وتدینی آلوب، مهندسده، معاونیده آلغه طابا بارورلر؛ معاونینڭ قالدردیغی وتدنی، مهندس همان آلوب بارور؛ شول طریق ایله همان اولچارلر؛ معاوننده وتد بتکاچ، مهندس وتدلرنڭ

همه‌سینی معاونینه بیرور، اون سازین اوزونلقده بولغان زنجیر ایله، اون مرتبه اولچاگان صابون معاون‌نلك وتدی بتوب، مهندسدن وتدلرنی آلا باردقدن، وتدلرنی آلو زمانلری یوزار سازین اولچانلدکنی کورگازور؛ بونلك ایچوندرکه، مهندسلر، وتدلرنی معاونینه بیرگان‌صانون یازوب بارمقله نیچه سازین اولچانولدکنی بیلورلر.

(رسم ۱۴)

مسافه‌نی، یوقاریده ایتولگان مساحه زنجیرندن باشقه، سازین آیاغی ایله اولچاوده ممکندر، جیگلدر؛ شونلك ایچون دهقانلر (کرستیانلر) قاشنده سازین آیاقلری‌نلك استعمالی شایعدر (رسم ۱۴)

تمرین :

۱ — ا، ب نقطه‌لرندن کیچن مستقیم‌صزوگز؛ برطرفقه یونالدیکی قسمنده، س، د نقطه‌لرینی، ایکنچی طرفقه یونالدیکی قسمنده ر، ص نقطه‌لرینی تعیین ایتوب، آرالرنده حاصل بولغان، قسم‌مستقیم‌لرنی یازگز!

۲ — بر مستقیم اوزرنده بولغان اوچ نقطه‌نی مثلا : ا، ب، ص نقطه‌لرینی آلنور، بونلردن اوتوب کینه‌طورغان، نیچه مستقیم صزمق ممکندر.

۳ — ۴، ۵، ۶، ۸ نقطه‌لرنلك اوستلرندن اوتوب کینه طورغان مستقیم‌صزگز؛ آنلر بر مستقیم اوستنده بولدقده، نیچه مستقیم‌صزمق ممکن؟ اوچ نقطه‌سی برمستقیم اوزرنده بولمادقده، نیچه مستقیم صزمق ممکن؟

سؤاللر:

نقطه‌نی، نرسه ایله بیلگولیلر؟ کاغدده‌گی نقطه، هندسی نقطه بولامی؟ مستقیمنك نیچه خواصی بار؟ قسم مستقیمنی نرسه ایله تحدید ایته؟ ایکی نرسه‌نك آراسنده‌غی یراقلقنی نیندایین خط بوینچه اولچانور؟ کاغد اوستنده مستقیم نیچك صزولور؟ جدول نرسه، درسنلگی نیچك بیلونور؟ سجیم نرسه؟ نیچك استعمال ایتولور؟ یر اوستنده مستقیم نیچك صزولور؟ شاخص نرسه؟ اوزونلق اولچاوینك نوعلرینی سویلاگز؟ اوزونلقده، واحد قیاسی نیلر؟ نیندایین نرسه‌لرنی تیگاشدروب قاراو ممکن؟ کاغدده‌گی خطلرنك نسبتینی نیچك بیلونور؟ جزبه نرسه؟ یر اوستنده‌گی مستقیملرنك نسبتینی نیچك بیلونور؟ مساحه زنجیری نرسه؟ بیرنك اوزونلغینی اولچاودن اوّل نه اشلرگه کیره‌ك؟ مساحه زنجیری ایله نیچك اولچیلر؟ مساحه زنجیرندن باشقه، طاقن نرسه ایله اولچیلر؟

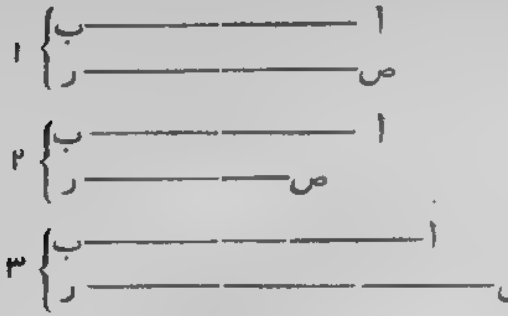
II فصل

ایکی مستقیم

§ ۲۲ ایکی قسم مستقیمی تیگاشدرو — کمیته

ومقداری بولماغان نرسه‌لرنی تیگاشدرو ممکن بولمادیغندن، آنلرنك آراسنده‌غی نسبتنی بلمك ممکن توگلدر؛ کمیتی بولغان نرسه‌لرنی تیگاشدرو ایله، آرالرنده‌غی نسبتلری معلوم بولادر؛ قسم مستقیملرنك کمیتی بولدقندن، آنلرنی تیگاشدرو ایله، نسبتلرینی بلمك ممکندر؛

(رسم ١٥) (ا ب) قسم مستقیمی ایله (ص ر) قسم مستقیمنك نسبتینی بلمك مطلوب بولسه، بر مستقیمنی مثلا (ص ر) نی (ا ب) اوزرینه تطبیق ایتولور؛ شویله‌که، (ر) نقطه‌سینی (ب) نقطه‌سی اوستینه



(رسم ١٥)

قو یولور؛ صوڭره (ص ر) خطینی (ا ب) خطی بو ینچه صوزوب یبارولور؛ بو وقتده اوچ تورلی احتمال باردر:

١ — ص نقطه‌سی (ا) نقطه‌سی اوستینه واقع بولور؛

٢ — یا که ص نقطه‌سی (ا) نقطه‌سی ایله (ب) نقطه‌سی آراسنده واقع بولور؛

٣ — یا که ص نقطه‌سی (ا) نقطه‌سینڭ خارجنده واقع بولور.

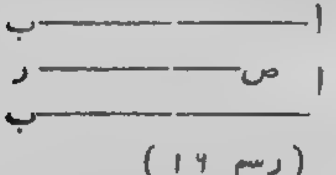
اوّلگی احتمالده (ص ر) خطی ایله (ا ب) خطی مساوی بولوب (§ ٧) بویله افاده ایتولور. ا ب = ص ر.

ایکنچی احتمالده (ص ر) خطی (ا ب) خطندن کیچکنه بولوب (§ ٩) بویله افاده ایتولور: ص ر < ا ب.

اوچنچی احتمالده (ص ر) خطی (ا ب) خطندن زور بولوب (§ ٩) بویله افاده ایتولور: ص ر > ا ب.

بوندن معلوم بولدیغی اوزره، بری آخریله منطبق بولغان قسم مستقیملر مساویلردر.

§ ٢٣ قسم مستقیملرنڭ جمعی — مسئله. (رسم ١٦) ده کورگازولمش (ا ب) خطی ایله (ص ر) خطینی جمع ایتمك مطلوبدر؛ بونڭ ایچون، (ا ب) ق خطی‌نڭ امتدادی اوزه‌رینه



(رسم ١٦)

(ص ر) خطینه مساوی بولغان (ق ا) خطی قوشولورده، (ا ب) خطی ایله (ص ر) خطینك مجموعی بولغان (ق ب) خطی حاصل بولور:
ا ب + ق ا = ق ب.

تمرین :

٤ — ا ب، ص ق، ل م خطلرینی جمع ایتمك لازم.
٥ — ص س خطینك اوزونلغی، ر ق خطی قدر آرتدرولسه، مجموع، نرسه‌گه مساوی بولور؟
٦ — ق م، ن ص، م ر خطلرینك مجموعینی یازوڭز.
٧ — کورگازلمش مکسرنی مستقیم اینوب یازوڭز.

§ ٢٤ قسم مستقیملرنك طرحی — مسئله. (رسم ۱۷) ده

کورگازلمش (ع ق) خطینك، (ل م) خطندن کوبمی زور ایکانلگین بلمك مطلوبدر؛ بونك ایچون، زوررەق بولغان (ع ق) خطی اوزەرینه (ل م) خطی تطبیق اینولور؛ (ل) نقطه‌سینی (ع) نقطه‌سی اوزەرینه قویوب، (ل م) خطینی (ق) نقطه‌سینه طابا صوزوب ییارگانده، (م) نقطه‌سی (ر) نقطه‌سی اوستینه توشوب، (ق ر) خطی آرتوب قالور؛ بو ایسه (ع ق) خطی ایله (ل م) خطی آراسنده‌غی تفاوتدر؛ دیمك (ع ق) خطی، (ل م) خطیندن (ق ر) خطی قدر آرتق بولوب، بو ایله افاده بولنور:

(رسم ۱۷)

ل م = ع ق — ق ر.

تمرین :

٨ — (ق ل) خطندن (ر ص) خطینی طرح اینگز!
٩ — (س ص) خطی، (ق ك) خطندن کوبمه قسقه؟

۱۰ — (ر ك) خطندن (ل و) خطینی طرح ایندکده نی قالور؟
۱۱ — (س ص) خطی ایله، (ف ك) خطی‌نك مجموعندن، (ل ن) خطینی طرح اینگز!

§ ۲۵ قسم مستقیملرنك ضربی — مسئله. (رسم ۱۸)

(ا ب) خطینی دورت مرتبه آرتدرمق مطلوبدر؛ بونك ایچون، (ا) نقطه‌سندن باشلاب (ص) نقطه‌سینه طابا (ص ا) خطی اوزه‌رنده، (ب ا) خطینه مساوی بولغان

(رسم ۱۸)

قسملر دورت مرتبه وضع ایتولور دیمك:

ا ب + ب د + د ر + ر ص = ص ا ؛ ا ب = ب د = د ر = ر ص. (د ا) خطی (ب ا) خطندن ایکی مرتبه زوردر.

(ر ا) خطی » » اوچ مرتبه » »
(ص ا) خطی » » دورت مرتبه » »

تمرین :

۱۲ — (ق ل) خطینی بیش، آلتی، سیگز مرتبه زور اینگز!
۱۳ — (ص د) ایله (ن و) خطینك مجموعینی اوچ دفعه آرتدرگز!
۱٤ — (ی ر) خطی ایله (ر ص) خطینك تفاوتینی، (ل م) ایله (ح ر) خطی نك تفاوتی ایله جمع ایدره‌ك، حاصل جمعنی اوچ دورت مرتبه زور اینمك مطلوبدر.

اخطار: قسم‌مستقیملرنك تقسیمی، مبتدیلر ایچون، آڭلاشولوی آغر بولدقندن «خطوط متناسبه» بحثینه قالدرولدی.

§ ۲۶ ایکی مستقیمنڭ وضعیتی— بر سطحده بولغان مستقیملر، بری آخرینه نسبة وضعیتلری جهتنچه تورلی اسلرده بولنورلر؛ بونلرنڭ هر بری آیرم بندلرده بیان ایتلور؛ شمدیچه، مبتدیلر ایچون آڭلاوی جینگل بولغان قسملرنی بیان ایتەبز.

بر سطحده بولوب، نی قدر صوزولغانده‌ده، بری آخریله تقاطع ایتمگان خطلرغه «متوازی خطلر» دیولور؛ اگر تقاطع ایتسه‌لر «متقاطع خطلر» دیولورکه، بونلردن زاویه‌لر حاصل بولورلر.

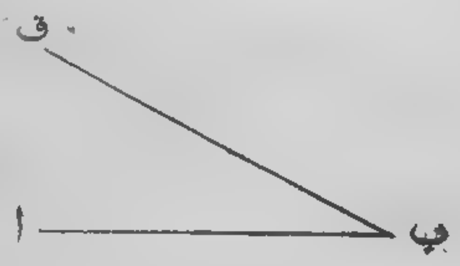
III فصل

زاویه‌لر

§ ۲۷ تعریف زاویه– (رسم ۱۹) ده کورگازلدیکی اوزره، ایکی مستقیم محدودنڭ (ا ب، ب ق)، بر نقطه‌دن چیغوب صوزولوب کیتوندن حاصل بولغان شکل‌گه «زاویه=پوچماق=уголъ» دیولور.

زاویه‌نی تشکیل ایتوچی مستقیملرگه «ضلع=قابرغه=сторона»، مستقیملر، چیغوب کیتکان نقطه‌غه «رأس زاویه=вершина» دیولور.

ضلعلر، چیکسز صوزولمش دیبه، اعتبار ایتولورلر؛ بونڭ ایچوندرکه، ضلعلرنڭ اوزونلق وقسقالغی، زاویه‌نڭ مقدارینه تأثیر ایتمیدر؛ بلکه ضلعلرنڭ بری آخرینه میل ایتوی‌گنه، زاویه‌نڭ مقدارینه تأثیر ایته‌در.



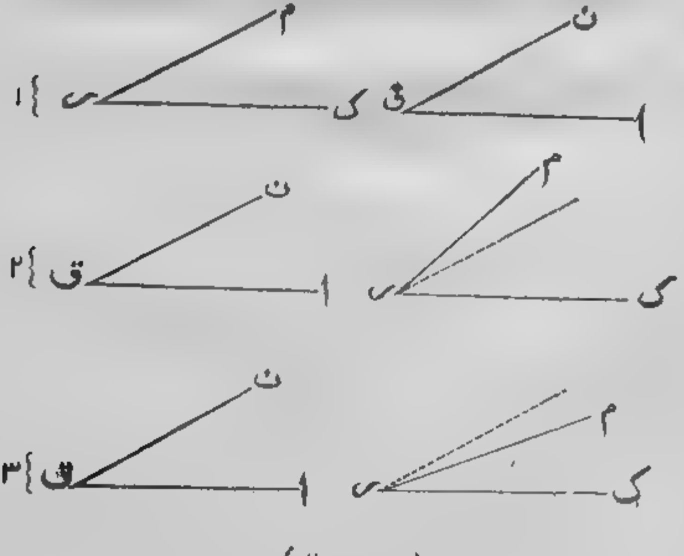
(رسم ۱۹)

عادتده، زاویه‌لرنی اوچ حرف ایله تعیین ایتوب، بری رأس

زاویه‌ده، باشقه ایکیسی، ایکی ضلعنڭ باشنده یازولور؛ اوقولدقده، هر وقت رأس زاویه‌ده‌گی حرف اورطه‌ده اوقولور؛ مثلا: (رسم ۱۹) ده‌گی زاویه‌نی، ا ب ق زاویه‌سی دییه اوقولور؛ بالغزغنه بولغانده، رأس زاویه‌ده قویولمش برحرف ایله‌ده کورگازولور؛ جیگلّلك ایچون، بزنڭ کتابده بعضا، زاویه‌نڭ ایچنده یازولمش رقم ایله‌ده تعیین اینولور. کوب وقتده «زاویه» لفظی اورنینه بو «∠» علامت قویولور.

§ ۲۸ زاویه‌لرنی تیکاشدرو — (رسم ۲۵) ده

کورگازولمش (ا ق ن) زاویه‌سی ایله (ك ر م) زاویه‌سی آراسنده‌غی نسبتنی بلمك مطلوبدر؛ بونڭ ایچون، (ر) رأس زاویه‌سینی (ق) رأس زاویه‌سی اوزرینه قویوب، (ر ك) ضلعینی (ق ا) ضلعی بوینچه صوزوب یبارولور؛ بو وقتده (ر م) ضلعینڭ امتدادنده اوچ تورلی احتمال باردر:



(رسم ۲۵)

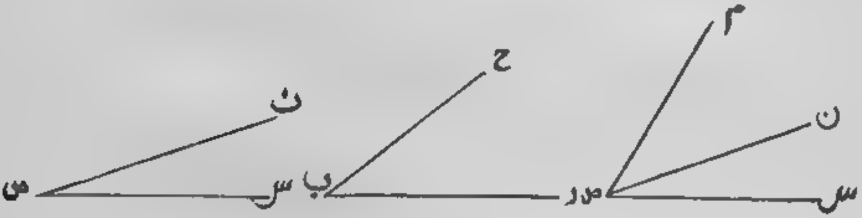
۱) (ر م) ضلعی (ق ن) ضلعینکٔ اوستنده واقع بولور یا که، ۲) (ق ن) ضلعینکٔ ایچنده واقع بولور یا که، ۳) (ق ن) ضلعینکٔ خارجنده واقع بولور.

برنچی احتمالگه بناءً، (ك ر م) زاویه‌سی، (ا ق ن) زاویه‌سینه مساوی بولوب، بویله افاده بولنور: ك ر م∠ = ا ق ن∠

ایکنچی احتمالگه بناءً، (ك ر م) زاویه‌سی، (ا ق ن) زاویه‌سندن کچکنه بولوب، بویله افاده بولنور: ك ر م∠ < ا ق ن∠

اوچنچی احتمالگه بناءً، ك ر م زاویه‌سی، ا ق ن زاویه‌سندن زور بولوب، بویله افاده بولنور: ك ر م∠ > ا ق ن∠

§ ۲۹ زاویه‌لرنکٔ جمعی — مسئله. (رسم ۲۱) (س ص ن ∠) سی ایله (ر ب ح ∠) سینی جمع ایتمك مطلوبدر؛ بونکٔ ایچون، (ب) رأس زاویه‌سینی (ص) رأس زاویه‌سی اوزه‌رینه قویوب، (ب ر) ضلعینی (ص ن) ضلعی بوینچه صوزوب یبارولورسه، (ب ح) ضلعی (ص ن) ضلعینکٔ خارجنده بر خط اوزه‌رنده واقع بولور؛ فرض ایتدك، (ص م) خطی اوزه‌رنده واقع بولمشدر؛ بو وقتده، (س ص م ∠) سی، (س ص ن ∠) سی ایله (ر ب ح ∠) سینکٔ مجموعینه مساوی بولوب، بویله افاده: س ص ن ∠ + ر ب ح ∠ = س ص م ∠



(رسم ۲۱)

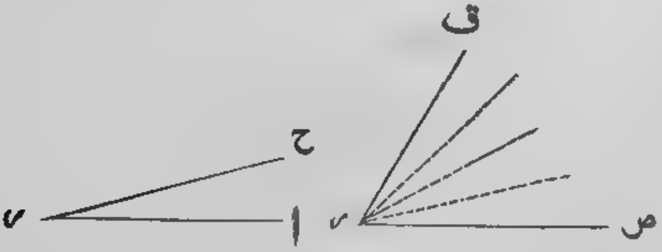
§ ۳۰ زاویه‌لرنکٔ طرحی — مسئله. (رسم ۲۲). (ر ح م ∠) سندن (ص ق ل ∠) سینکٔ کوبمی کچکنه ایدوکینی بلمك

(طرح ایتمك) مطلوبدر؛ بونلڭ ایچون، (ق) رأس زاویه‌سینی، (ح) رأس زاویه‌سی اوزه‌رنده وضع ایتوب، (ص ق) ضلعینی (ر ح) ضلعی بوینچه کوندرولور؛ صوگره، (ص ق ل ∠) سی کچکنه بولدقندن، (ق ل) ضلعی (ح م) ضلعینڭ ایچنده واقع بولوب، (م ح ل ∠) سی، (ر ح م ∠) سی ایله (ص ق ل ∠) سینڭ آراسنده‌غی تفاوتنی کورگازمه‌ك، بویله تعبیر اینولور: ص ق ل ∠ = ر ح م ∠ — م ح ل ∠

(رسم ۲۲)

§ ۳۱ زاویه‌لرنڭ ضربی — مسئله. (رسم ۲۳) (ا ر ح ∠)

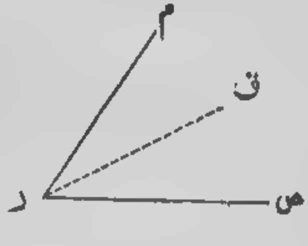
سینی دورت مرتبه آرتدرمق (ضرب ایتمك) مطلوبدر؛ ایکنچی تورلی ایتکانده، (ا ر ح ∠) سندن دورت مرتبه زور زاویه یاصامق مطلوبدر؛ بونلڭ ایچون، بر خط (ص ر) صزولورده، شول خطنڭ بر باشینه (ا ر ح ∠) سینه مساوی بولغان دورت زاویه یاصالور. آنلرنڭ مجموعه‌سی بزنڭ تکلنه،



(رسم ۲۳)

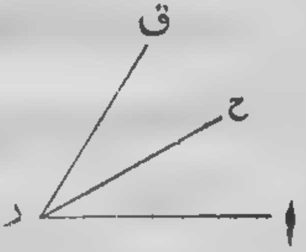
(ص ر ق ∠) سینه مساوی بولوب، بو یله افاده ایتولور: ا ر ح ∠ + ح ر ق ∠ + ق ر ص ∠ = ص ر ا ∠ یاکه ا ر ح ∠ + ا ر ح ∠ + ا ر ح ∠ = ص ر ق ∠

§ ۳۲ زاویه‌ارنڭ تقسیمی– (رسم ۲۴) (ص ر م)



(رسم ۲۴)

زاویه‌سینڭ ایچنده‌گی بر نقطه‌نی (مثلا ق) رأس زاویه‌گه خط مستقیم ایله طوتاشدرولسه، مذکور زاویه ایکی‌گه بولنه‌در؛ طریق تعبیری بو یله‌در: ص ر م ∠ = ص ر ق ∠ + ق ر م ∠



(رسم ۲۵)

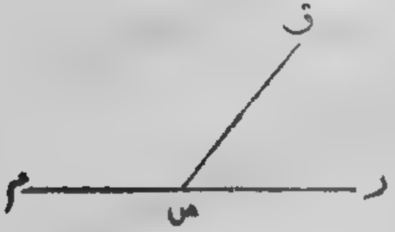
زاویه‌نی مساوی ایکی قسم‌گه بولگان خطقه «خط منصف یاکه منصف= биссектрисса» دیولور. (رسم ۲۵)

اخطار: زاویه‌لرنڭ تقسیماتی طوغریسنده «خطوط متناسبه» بخشنده مفصل بیان بولنور.

تمرین:

۱ — ق ∠، م ∠، ن ∠ لرینی جمع ایتوگز.
۲ — ك ∠ زاویه‌سندن (ر ∠) سینی طرح ایتوگز.
۳ — م ∠ سندن، ل ∠ سی کوبمی زور؟
٤ — م ∠ سینی، ۳، ۴، ۵، ۱۰ دفعه زور ایتگز.
۵ — س ∠ سینی ۴، ۸، ۱۲ گه بولگز.

§ ۳۳ زاویهٔ قائمه‌نڭ خواصی — تعریفات. ایکی زاویه‌نڭ بر ضلعی مشترك برلوب، باشقه ایکی ضلعی بر مستقیم اوزرنده بولسه، آنداین زاویه‌لرگه « مجاور زاویه‌لر = смежные углы » دیولور. (رسم ۲۶) ر ص ق هم ق ص م.

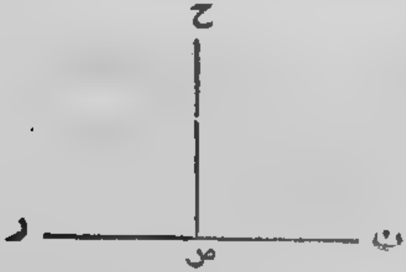


(رسم ۲۶)

اگر ایکی مجاور زاویه تیگز بولسه، (رسم ۲۷) آلارنڭ مشترك ضلعی، باشقه ضلعلری یاتمقده بولغان مستقیمگه « عمود = перпендикуляръ » دیوب تعبیر ایتولور؛ اگر مجاور زاویه‌لر مساوی بولمابسه‌لر، مشترك بولغان ضلعغه (رسم ۲۵ . ق ص) « مائل = наклонная » دیولور.

برنچی هم ایکنچی احتمالده «ص» نقطه‌سی « قاعده = основаніе » دیوب آطالور؛ غاینما، برنچی احتمالده عمودنڭ قاعده‌سی، ایکنچی احتمالده، مائلنڭ قاعده‌سی دیه فرق ایتولور.

مساوی بولغان مجاور زاویه‌لرنڭ هر بری « زاویه قائمه یاکه قائمه = прямой уголъ » دیوب آطالور؛ مستقیم اوزه‌رنده بولغان نقطه‌غه خارجدن عمود توشرولسه «عمود توشرمك»، مستقیم اوزه‌رنده‌گی نقطه‌دن عمود چیقارولسه « عمود اوطرتمق » دیه تعبیر ایتولور.



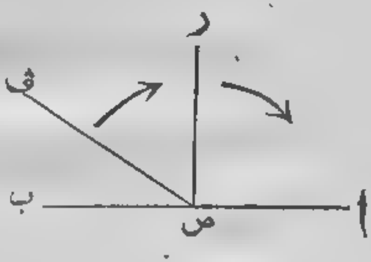
(رسم ۲۷)

مجاور زاویه‌لرنڭ مساوی بولولرینڭ ممکن ایدوکی کیلاچکده‌گی دعوی‌دن معلوم بولنور.

§ ۳٤ دعوی — هر برمستقیم اوزرنده آلنمش برنقطه‌دن، شول مستقیمگه یالغز برگنه عموداوطرتمق ممکندر؛ بردن آرتق اوطرتلماس.

فرض ایندك، بزنڭ بر مستقیم (ا ب) هم بر نقطه (ص) بیروامشدر. (رسم ۲۸) بونده (ا ب) مستقیمنڭ هر یاغینه (ص) نقطه‌سندن (ا ب) مستقیمینه ۱) عمود اوطرتمق ممکن ایدوکینی هم ۲) شول عمودنڭ براوگنه بولاچغینی اثبات ایتمك مطلوبدر.

بونی اثبات ایچون، (ص) نقطه‌سندن برمستقیم (ص ق) صزابز هم فرض ایتامزکه، (ق ص ب ∠) سی، (ق ص ا ∠) سندن کچکنه بولمشدر؛ صوگره رسمده اوق ایله کورکازولمش طرفقه (ق ص) خطینی آوشدره‌باشلاسه‌ق، (ق ص) خطی (ا ص) خطینه هنوز یقینلاشه بارور؛ اول وقتده (ب ص ق ∠) سی هنوز زوره‌یا باردغی کبی، (ق ص ا ∠) سی همان کچره‌یه بارور؛ بوندن آڭلاشولادرکه، ایلندرگان چاقده (ق ص) خطی، (ا ص ق ∠) سی ایله (ب ص ق ∠) سینڭ برابر بولورلق ره‌وشده بولغان (ص ر) خطینڭ حالینی آلور؛ اول وقتده (ق ص) خطی (ا ب) خطینه عمودی بولور (§ ۳۳).



(رسم ۲۸)

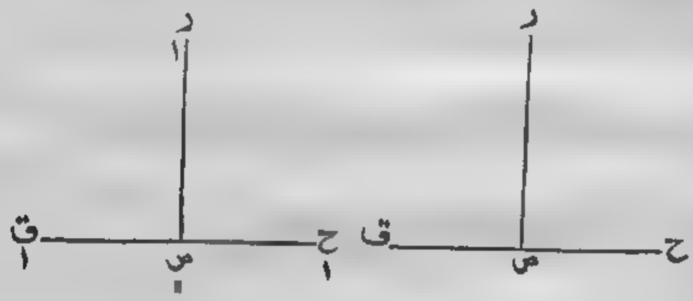
اگر (ق ص) خطی بوندن باشقه حالده بولسه، زاویه‌لرنڭ مساواتی بوزولاچقدر؛ بونڭ ایچوندرکه، (ص) نقطه‌سندن (ا ب) خطینه بردن آرتق عمود اوطرتمق ممکن توگلدر.

شولایوق، (ص) نقطه‌سندن (ا ب) خطینك ایکنچی طرفینه عمود اوطرتمق‌نك ممکن ایدوکینی هم عمودنك برگنه بولاچغی شولایوق اثبات ایتولور.

§ ۳۵ دعوی — هر بر زاویهٔ قائمه بری آخریله مساویدر.

فرض ایندك، ص هم صٓ رأس زاویه‌لرنده بولغان زاویه‌لر قائمه‌لردر. دیمك ق ص ر ∠ = رٓ صٓ حٓ ∠ هم قٓ صٓ رٓ ∠ = رٓ صٓ حٓ ∠) در.

اوّلکی ایکی قائمه‌نك صوکغی ایکی قائمه ایله مساوی ایدوکینی اثبات ایتمك مطلوبدر. (رسم ۲۹)

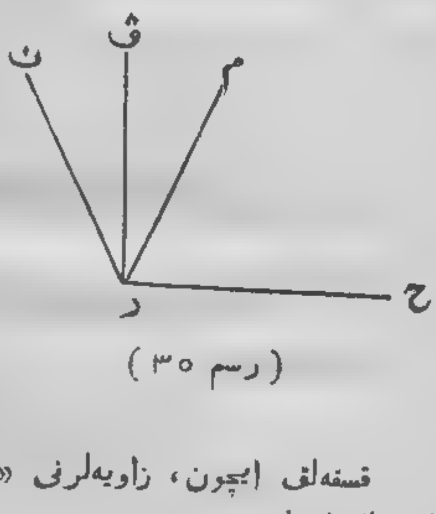


(رسم ۲۹)

(ح ص ر ق) شکلینی، (حٓ صٓ رٓ قٓ) شکلی اوزرینه وضع ایتولور؛ شویله‌که، (ص) نقطه‌سی (صٓ) نقطه‌سی اوزرینه واقع بولسون؛ (ح ق) خطی (حٓ قٓ) بوینچه کیتسون هم (ص ر) خطی ایله (صٓ رٓ) خطی (حٓ قٓ) خطینك بر طرفنده وضع بولنور؛ اول وقتده (ص رٓ) خطی ایله (ص ر) خطی منطبق بولور؛ یوقسه مستقیمنك بر طرفنده بر نقطه‌دن ایکی قائمه اوطرتلمش بولور؛ بونك ممکن توگل ایدوکی یوقاریده

اثبات ایتولدی (§ ۳۴) (ص ر) خطی ایله (ص ر) خطی منطبق بولورسه، (ق ص ر ∠ = ر ص ح ∠ هم ق ص ر ∠ = ر ص ح ∠ در. (§ ۷) ایشته بونی اثبات ایتمك مطلوب ایدی.

§ ۳۶ تعریفات. یوقاریده ایتولگان دعوی‌دن آڭلاشولدیغی اوزره زاویهٔ قائمه هیچ بر اوزگارمی طورغان مقدار ایدوکی ثابت بولدی؛ بونلڭ ایچون، باشقه زاویه‌لر زاویهٔ قائمه ایله مقایسه ایتوله‌در؛ (رسم ۳۰) زاویهٔ قائمه (ح ر ق) دن کچکنه بولغان زاویه‌غه (ح ر م ∠) «زاویهٔ حاده = острый уголъ»، زاویهٔ قائمه (ح ر ق ∠) دن زور بولغان زاویه (ح ر ن) غه «زاویه منفرجه = тупой уголъ» دیولور.



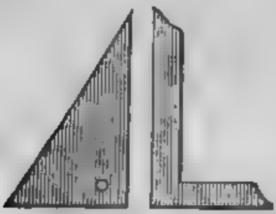
(رسم ۳۰)

جیکلڭ ایچون، زاویه قائمه‌نی زور «ق» حرفی ایله تعبیر ایته‌چکبزکه، (ق ∠) دیمك زاویه‌قائمه‌دیمك بولور. قسقه‌لق ایچون، زاویه‌لرنی «قائمه، حاده، منفرجه» دیبکنه استعمال ایتولور.

§ ۳۷ قائمه‌نی صزو طریقی— قائمه‌نی صزو ایچون «گونیه = наугольникъ» استعمال ایتوله‌در.

گونیه: (رسم ۳۱) ده کورگازولگانچه، قائمه تشکیل ایته‌رلك درجه‌سنده، برسی ایکنچیسی ایله برکتولگان ایکی طاقتا کیساگندن یاکه (رسم ۳۲) ده‌گیچه، قائمه‌سی بولغان اوچ پوچماقلی طاقتا

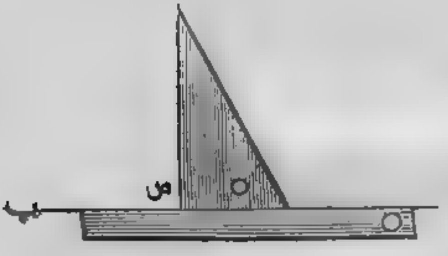
کیساگندن عبارت آلت هندسیه‌در.
گونیه طابولماغان چاقده، کاغذ ایله‌ده قائمه یاصاب بولادر: دورت کوللی کاغذنی اوّل اورتالی، صوگره ینه اورتالی بوکله‌نولسه قائمه حاصل بولوب، قائمه‌لرنی صزو ایچون گونیه اورننده استعمال ایتو ممکندر.



(رسم ۳۱) (رسم ۳۲)

(رسم ۳۳) (اب) مستقیمی اوزرنده بولغان (ص) نقطه‌سی یاننده قائمه یاصامق ایچون بوبله اشله‌نور:

بومستقیم اوستینه مخطاطنی قویولور؛ مخطاط اوزرینه گونیه‌نی قویوب، مخطاط بوینچه (ص) نقطه‌سینه قدر گونیه‌نی شودروب کیتورلورده، (ص) نقطه‌سندن باشلاب، گونیه بوینچه خط صزولسه، مقصود بولغان قائمه حاصل بولور.



(رسم ۳۳)

§ ۳۸ تطبیق طریقنچه اثبات— قائمه‌لرنڭ مساواتی

طوغریسنده‌غی دعوی‌نی (§ ۳۵) اثبات ایتو طریقینی « تطبیق طریقنچه اثبات = «доказательство посредствомъ наложенія» دیولور.

شونڭ کبك سطحی شکللرنی، بربن آخری اوزرینه تطبیق ایتکانده، توباننده ایتوله‌چك تطبیقات حاصل بولور:

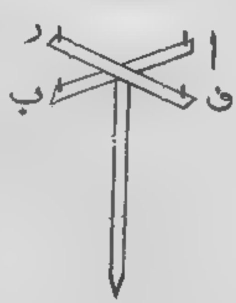
۱، تلادگزچه بر نقطه‌نی ایکنچی نقطه ایله تطبیق ایتمك ممکندر؛ مثلا (رسم ۲۹) (ص) نقطه‌سینی (ص) نقطه‌سی اوزه‌رینه تطبیق ایندك.

۲ ، ایکی نقطه‌نی تطبیق ایندکدن صوڭره ، تلادکبز چه ایکی شکلنڭ ، شول نقطه‌لردن چیقوب کیتکان ایکی مستقیم محدودینی برین آخر بله تطبیق ایته آلابز؛ مثلا (رسم ۲۹) ده (ح ق) خطی ایله (حِ قِ) خطینی تطبیق ایتدك .

۳ ، ایکی نقطه هم ایکی مستقیم محدودنی تطبیق ایتدکدن صوڭره ، اوزه‌گین ایلندرگان کبی ، منطبق بولغان شکلنی منطبق علیه بولغان شکلنڭ اطرافنده ایلندرمك ممکندر؛ مثلا (ص) ایله (صِ) هم (ح ق) ایله (حِ قِ) خطینڭ انطباقی صوڭنده ، (ح ص ر ق) شکلینی ایلندروب ، (ص رِ) خطینی (ح ق) خطینڭ یوغارغی طرفینه یا که توبان طرفینه قویمق ممکندر؛ صوڭغی احتمالنی « شکلنی مقابله ایتمك = приложеніе » دیه تعبیر ایتولور.

اختیاربز ایله‌گنه اشلانه‌چك عملیات بونده تمام بولور؛ بوندن صوڭره ، شکلنڭ باشقه اجزالرینڭ منطبق بولو وبولماولری ، شکلنڭ خاصه‌سینه ایبه‌ره‌در.

§ ۳۹ ییر اوستنده قائمه صزمق ایچون « معمار گونیه‌سی = эккеръ » استعمال بولنور.



(رسم ۳۴)

معمار گونیه‌سی: ایکی آغاچ کیساگینی، قائمه حاصل بولور رەوشده برین بری اوستینه قویوب برکتوب، بر آیاق اوستینه قاغولغان همده بو آغاچلرنڭ هر بر اوچلرنده کچکنه چویلری بولغان، آلتدر. (رسم ۳۴)

اگر ییر اوستنده‌گی بر نقطه‌دن قائمه یاصاەق مقصود بولسه، شول

نقطه‌غه معمار گونیه‌سینڭ آیاغی قاغولور؛ صوڭره (ا ب) چرپی بو یَنچه بر مستقیم صزولور؛ صوڭره (ق ر) بو یَنچه ایکنچی مستقیم صزولورسه، مقصود بولغان قائمه حاصل بولور.

سؤاللر

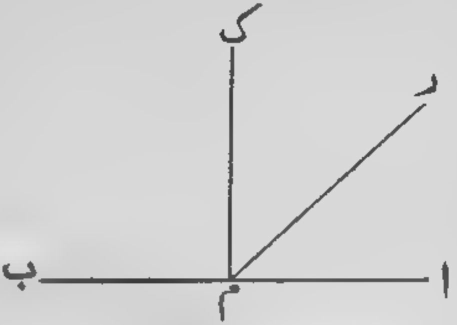
— مجاور زاویه دیوب نیندایین زاویه‌لرگه ایتوله؟
— قائمه دیوب نیندایین زاویه‌گه ایتوله؟
— قاعده نه دیمکدر؟ عمود نرسه؟
— مستقیمنڭ بر نقطه‌سینه نیچه عمود اوطرتمق ممکن؟ اثبات ایتگز.
— قائمه‌لرنڭ مساوی ایدوکلرینی اثبات ایتوڭز.
— حاده، منفرجه دیوب نیندایین زاویه‌لرگه ایتوله؟
— قائمه‌نی نرسه ایله یاصالا؟ گونیه نرسه؟ قائمه نی نیچك یاصالا؟
— تطبیق طریقنچه اثبات نه دیمکدر.
— یبرده نیچك قائمه یاصالا؟ نرسه برله؟ معمار گونیه‌سی نرسه؟

مجاور هم مقابل زاویه‌لرنڭ خاصه‌لری

§ ٤٥ دعوی — ایکی مجاور زاویه‌نڭ مجموعی، ایکی قائمه‌گه مساویدر.

ایکی مجاور زاویه: ا م ر ∠ هم ر م ب ∠ بیرولمشدرکه، ا م ر ∠ + ر م ب ∠ = ق ∠ + ق ∠ = ۲ ق ∠ ایدوکینی اثبات ایتمك مطلوبدر. (رسم ۳۵) بولك ایچون، (م) نقطه‌سندن (ا ب) خطینه (م ك) عمودینی اوطرتوب، (ر م ب ∠) سینی ایکی‌گه بولابزکه، بو یله یازمق ممکندر:

ر م ب ∠ = ر م ك ∠ + ك م ب ∠ .



(رسم ۳۵)

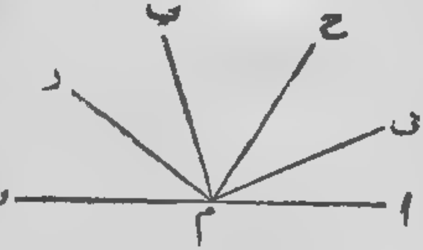
مذکور مساوی بولغان
قسمنكٔ هر برینه، (ر م ا ∠)
سینی قوشابرزکه، (§ ۹)
بویله افاده ایتولور:

ر م ب ∠ + ر م
ك ∠ + ك م ا ∠ = ر م
ا ∠ + ر م ب ∠ .

ر م ا ∠ + ر م ك ∠ لری قائمه‌گه مساوی بولغان، ا م ك ∠ سینی تشکیل ایتدیکندن، آلار اورنینه ا م ك ∠ سینی آلوب، بویله یازمق ممکندر:

ا م ر ∠ + ر م ب ∠ = ا م ك ∠ + ك م ب ∠ = ق ∠ + ق ∠ = ۲ ق ∠ بونكٔ ایله دعوی اثبات بولنمش بولور.

§ ۱٤ نتیجه — ۱، مشترك رأس زاویه بولغان (م) نقطه‌سینكٔ اطرافنده، (ا ن) خطینكٔ بر یاغنده، بولغان زاویه‌لرنكٔ نی قدر بولسه‌ده، مجموعی ایکی قائمه‌گه مساویدر (رسم ۳۶)

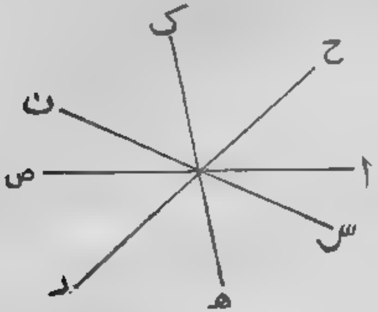


(رسم ۳۶)

(رسم ۳۶) ده بولغان زاویه‌لری بویله یازمق ممکندر:

ا م ف ∠ + ف م ح ∠ + ح م ب ∠ + ب م ر ∠ + ر م ن ∠ = ۲ ق ∠

۲ ، مشترك رأس زاويه بولغان (م) نقطه سینڭ اطرافنده بولغان، زاويه‌لرنڭ مجموعی دورت قائمه‌گه مساویدر. (رسم ٣٧)



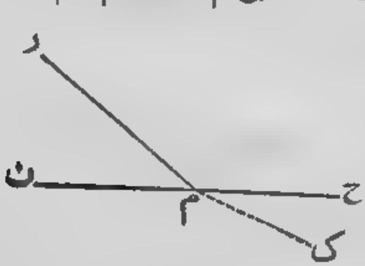
(رسم ٣٧)

(رسم ٣٧) ده بولغان زاويه‌لری بوبله یازمق ممکندر:

∠ ا م ح + ∠ ح م ك +
∠ ك م ن + ∠ ن م ص + ∠ ص
م ر + ∠ ر م ه + ∠ ه م
س + ∠ س م ا = ٤ ق ∠

§ ۲ ٤ دعوی معکوسه — رأسلری مشترك بولوب هم بری آخریله منطبق بولماغان ایکی زاویه‌نڭ مجموعی ایکی قائمه‌گه مساوی بولسه، آلار مجاور زاويه بولورلر، دیمك مشترك بولماغان ضلعلری بر مستقیم اوزرنده بولورلر.

فرض ایندك ، رأسلری (م) هم بر ضِلعی (ر م) مشترك بولغان هم بری آخریله منطبق بولماغان ایکی زاویه (ح م ر ∠ هم ر م ن ∠) بیرولمشدر؛ بولارنڭ مجموعی ایکی قائمه‌گه مساوی ایدوکین ایتولمشدر؛ مذکور شرطلر بولغان چاقده، (ح م ایله م ن) خطینڭ بر مستقیم اوزه‌رنده ایدکینی اثبات ایتمك مطلوبدر.



(رسم ٣٨)

(رسم ٣٨) بونی اثبات ایچون، (م ن) خطینی (م) سینڭ آرط طرفینه طاباً، (ح م) خطی ایله منطبق بولماوچیلق رهوشده برخط (ك م)

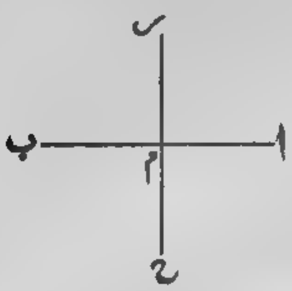
خطی ایله اوزنایتابز؛ گویاکه (ح م ایله م ن) خطلری بر مستقیم اوزه‌رنده بولمابنچه، (م ن ایله ك م) خطلری برمستقیم اوزدرنده بولسون دیه فرض اینه‌بز؛ ایمدی مذکور فرضمزنك نیندابن نتیجه‌گه باعث بولدیغینی قاریبز. (ك م ر ∠ هم ك م ن ∠) لری مجاور بولدقلرندن ایکی قائمه‌گه مساویدر (§ ۳۹): ك م ر ∠ + ر م ن ∠ = ۲ ق ∠.

بر جهتدن ایسه، اینولمش شرطلر بوینچه، ح م ر ∠ + ر م ن ∠ = ۲ ق ∠ در.

صول طرفدن قسملری مساوی بولدقلرندن اوك طرفده‌غی قسملر یله مساویلردر (§ ۹): ك م ر ∠ + ر م ن ∠ = ح م ر ∠ + ر م ن ∠.
مساوی مقدارلردن مساوی درجه‌ده آلنورسه، قالغانلریده مساویلردر (§ ۹): ح م ر ∠ = ك م ر ∠.

بو مساواتنك درست توگل ایدوکی هیچ بر اثباتسز، شکلدنوك کورنوب طوره‌در؛ زیرا که بری ایکنچیسینك جزئیدر.

بزنك محاکمه‌ده نتیجه‌نك خطا بولووی، یاکه بزنك خطا محاکمه ایتووبزدن یاکه ممکن بولماغان نرسه‌نی، ممکن دیه اختیار ایتدکبزدن ناشیدر؛ لکن بزنك محاکمه‌بز ایسه طوغریدر؛ بناءً علیه نتیجه‌نك خطا بولووی (م ن خطی ایله م ك) خطینك بر مستقیم اوزرنده بولووینی اختیار ایتدکبزدن ناشیدر؛ اگر آلای صرزووبز خطا بولسه، برگنه احتمال قالادرکه، اولده (م ن خطی ایله ح م) خطینك برمستقیم اوزرنده بولووینی اختیار اینمکدر؛ ایشته بزگه‌ده شونی اثبات اینمك مطلوب ایدی.



(رسم ۳۹)

§ ٤٣ **نتیجه** — اگر (ا ب) خطی‌نلڭ هر ایکی طرفندن، اوزینه (م) نقطه‌سندن عمودلر مثلا (ر م ایله م ح) اوطرتولسه، بو عمودلر برمستقیم (ح م) اوزرنده بولورلر؛ زیرا که ر م ا ∠ ایله ا م ح ∠ لرینلڭ مجموعی ایکی قائمه‌گه مساویدر (رسم ۳۹)

§ ٤٤ **تعریف** — جزئلری (ر م هم م ح)، (ا ب) خطینه عمودی بولغان، (ر ح) خطینی، (ا ب) خطینه عمودی بولغان مستقیم دیوب تعبیر ایتولور.

(ر ح) خطی، (ا ب) خطینه عمودی بولسه، (ا ب) خطیده (ر ح) خطینه عمودی بولور؛ زیرا که آنلگده جزئلری بولغان (ا م هم م ب) خطلری (ر ح) خطینه عمودیلردر؛ بونلڭ ایچون؛ (ا ب) خطی ایله (ر ح) خطینه « مقابل عمودلر = **взаимно - перпендикулярныя линія** » دیولور.

(ا ب) خطی ایله (ر ح) خطی مقابل عمودلر دیمکنی، بویله افاده ایتولور: (ا ب ⊥ ر ح) (رسم ۳۹).

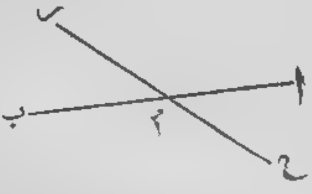
§ ٤٥ **ابطال نقیض ایله اثبات** — مجاور زاویه‌لر طوغریسنده بولغان دعوی معکوسه‌نی اثبات ایتو طریقینی (§ ۴۱) « ابطال نقیض ایله اثبات یاکه محالگه تعلیق ایله اثبات = **доказательство отъ противнаго ими приведенія къ нелѣпости** » دیوب آطالور.

اوّلگی اسم ایله آطالونلڭ حکمتی ایسه، ایلڭ اوّل مدعی‌نلڭ نقیضنی اختیار ایتوو بزدر؛ ایکنچی اسم ایله آطالونلڭ حکمتی ایسه، صوڭندن نتیجه‌نلڭ محال درجه‌سنده بولمقیدر.

نتیجه‌نلڭ بولای محال بولووی، اوّل اختیار ایندکیز فرضنی قبول ایتمانچه، اثباتی مطلوب بولغان احتمالنی قبول ایتوگه باعثدر.

§ ٤٦ تعریف — بر ینك ضلعلری، ایکنچی‌سینك ضلعلرینك امتدادینی حاصل ایتکان ایکی زاویه‌گه «مقابل زاویه‌لر» دیولور.

ایکی مستقیم (ا ب هم ح ر) تقاطع ایتکانده ایکی شفع (پار) مقابل زاویه‌لر حاصل بولورلر: ا م ح ∠ ایله ر م ب ∠ هم ا م ر ∠ ایله ب م ح ∠ در (رسم ۴۵)



(رسم ۴۵)

§ ٤٧ دعوی — ایکی مقابل زاویه‌لر مساویدر.

فرض ایتدك، بزگه ایکی زاویه بیرولمشدر: (ا م ح ∠ هم ر م ب) دیمك (ح م خطی م ر) خطینك امتدادنده، (ا م خطی م ب) خطینك امتدادنده‌در؛ بونده ا م ح ∠ سینك ر م ب ∠ سینه مساوی ایکانچیلگینی اثبات ایتمك لازمدر. (رسم ۴۵) مجاور زاویه‌لرنك خاصه‌لرینه بناءً بونلرنی یازو ممکندر:

ا م ح ∠ + ا م ر ∠ = ۲ ق ∠

ر م ب ∠ + ا م ر ∠ = ۲ ق ∠

دیمك (§ ۹): ا م ح ∠ + ا م ر ∠ = ر م ب ∠ + ا م ر ∠ بو مساوی مقدارلردن (ا م ر ∠) سینی آلوب طاشلاسه‌ق، ا م ح ∠ = ر م ب ∠، حاصل بولادر؛ ایشته بونی اثبات ایتمك مطلوب ایدی.

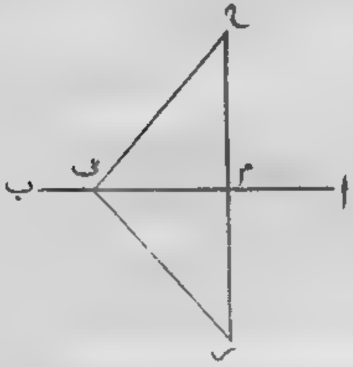
شولوق طریق ایله (ح م ب ∠ ایله ا م ر ∠) سینك مساوی ایکنوکی اثبات ایتولور.

§ ٤٨ دعوی — مستقیمنك خارجنده بولغان بر نقطه‌دن، شول مستقیمگه، برگنه عمود توشرمك ممکندر.

(ا ب) خطی هم آنك خارجنده بر نقطه (ح) بیرولمشدر؛ بونده

۱) (ح) نقطه‌سندن (ا ب) خطینه عمود توشورمك ممکن ایدوکینی هم
۲) بو عمودنڭ برگنه ایدوکینی اثبات ایتمك مطلوبدر.

(رسم ۴۱) بو شکلنی (ا ب) خطی بوینچه بوگابزکه، بوقارغی جزئی توباندەگی جزئینڭ اوستینه توشار؛ اول وقتده (ح) نقطه‌سی (ر) نقطه‌سینڭ حالینه کرور؛ شول اورونینی بیلگولب، شکلنی اۆلگی حالگه قایناروب، (ح ایله ر) نقطه‌لرینی مستقیم ایله طوتاشدره بز؛ شیمدی حاصل بولغان (ح ر) خطینڭ (ا ب) خطینه عمودی ایدوکینی هم (ح) نقطه‌سندن چیقمش آندن باشقه خطینڭ مثلا (ح ق) خطینڭ (ا ب) خطینه عمودی توگل ایدوکینی اثبات ایتارگه کیره‌ك؛ بونڭ ایچون، ایکنچی مرتبه بولاره‌ق، ینه‌دن شکلنی بوگابز؛ اول وقتده (ح) نقطه‌سی (ر) نقطه‌سینڭ اوستینه توشوب، (م ایله ق) نقطه‌لری اورنلارنده قالورلر دیمك (ح م ایله م ر) منطبق بولدیغی کبی (ح ق ایله ق ر) منطبق بولورلر.



(رسم ۴۱)

بوندن آڭلاشلدیغی اوزره، (§ ۷) (ح م ا ∠ = ا م ر ∠) سینه هم (ح ق م ∠ = م ق ر ∠) سینه؛ لکن (ح م ا ∠ ایله ا م ر ∠) سی مساوی بولمقلریله برابر، مجاورلردر؛ دیمك، هر بری قائمه‌در. بونڭ ایچون، (ح ر ⊥ ا ب) در.

(ح ق ر) خطی مستقیم بولمدیغندن (§ ۱۲)، (ح ق م ∠ ایله م ق ر ∠) سی ایکی قائمه‌گه مساوی بولمایه‌چقدر؛ بونڭ ایچون (ح ق م ∠) سی قائمه توگل دیمك، (ح ق) خطی (ا ب) خطینه عمودی

توگلدر؛ شول سببلره بناءً، (ح) نقطه‌سندن (ا ب) خطینه بردن آرتق عمود توشورمك ممكن توگلدر.

تنبیه: بر نقطه‌دن مستقیمگه عمود توشورگانده، مخطاط هم گونیه ایله فائده‌لنمق ممكندر.

§ ٤٩ مستقیم‌نك خارجنده بولغان بر نقطه‌دن، شول مستقیم‌گه بر عمود هم بر نیچه مائل‌لر صزولسه:

۱) عمود، هر بر مائلدن قصقه بولور؛

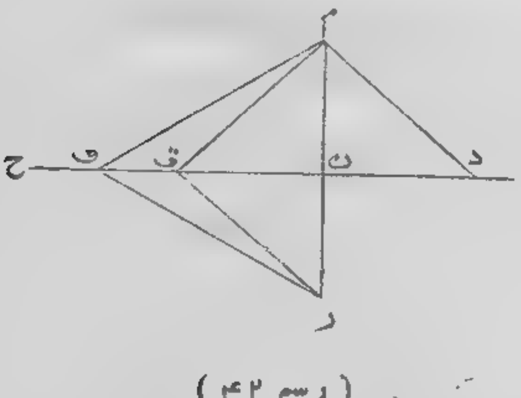
۲) قاعده‌لری، عمودنك قاعده‌سندن، بردای یراقلقده بولغان ایكی مائل بری بریله مساویدر؛

۳) عمودنك قاعده‌سندن، قاعده‌لرینك یراقلغی بردای بولماغان مائل‌لر آراسنده، عموددن یراغراق بولغان مائل، عمودكه یاقن بولغان مائلدن اوزونراقدر.

تنبیه: بو ماده‌ده مذكور عمود ایله مائلنی، كورگازمش نقطه ایله مستقیم آراسنده‌غی عمود ومائلنك قسمی دیوب آڭلارغه تیوشدر.

۱. فرض ایندك، (رسم ۴۲) (م) نقطه‌سندن، (ب ح) مستقیمنه (م ن) عمودی ایله (م ق) مائلی صزولمشدر.

(م ن) عمودینك (م ق) مائلندن قصقه ایدوكینی اثبات ایتمك مطلوبدر.



(رسم ۴۲)

۱ — (م ن) خطینی (ب ح) خطینڭ توباں طرفینه طابا (م ن) خطینه مساوی مقدارده بولغان، (ن ر) خطینی صوزولور؛ صوڭره (ر) نقطه‌سی ایله (ق) نقطه‌سی طوتاشدرولسه، (§ ۴۸) گه بناءً (م ق=ر ق) بولغانلغینی تطبیق ایله اثبات بولنور؛ ایمدی، (م ایله ر) شکلینی، ایکی نقطه آراسنده صزولغان مستقیم، بو ایکی نقطه آراسنده‌غی همه خطلردن قصقه بولدیغندن، (ر م) مستقیمی (ر ق م) منکسرندن قصقه بولادر. (§ ۱۳)

۲ — (ن) قاعده‌سندن بردای براقلقده بولغان (م د ایله م ق) مائلی برابردر؛ چونکه، (م ن د) شکلینی (م ن) خطی اطرافنده ایله‌ندروب، (م ن ق) شکلی اوستینه قابلاب قاراغانده (م ن) خطی مشترك بولوب اورننده قالور؛ (د ن) خطی (م ن ق) زاویه‌سینه (م ن د) زاویه‌سی مساوی بولدیغندن (ن ق) خطی بوینچه کیتوب، بری آخر بله منطبق بولور؛ زیرا شرط بوینچه مساویلردر؛ (م د) خطی (م ق) خطی ایله منطبق بولدیقندن (§ ۱۲) مساوی بولوب، مدعیمز اثبات ایتولمش بولادر.

مضلعاتدن صوڭرا اوقولدق!

۳ — (ن) قاعده‌سندن بر تورلیچه براقلقده بولغان (م ق)، (م د) مائللرندن (ن و) براقلغی، (ن ق) براقلغندن، آرتغراق بولسه، (م و) مائلی: (م ق) مائلندن اوزونراقدر. (*)

بونده ایکی شکل حاصل بولادر: (م ن و هم م ن ق)؛ (م ن ق) شکلینی (م ن و) شکلی اوستینه قابلانغان فرض ایتولسه، (م ن) خطی مشترك بولدیغندن، اورننده قالور؛ (م ن و) زاویه‌سیله (م ن ق) زاویه‌سی تیگز بولغانلقندن (ن ق) خطی (ن و) خطی بوینچه کیتوب،

(*) بو دعوی‌لرنی اثبات ایتو، مضلعات بحثنده دها آچق وجینگل بولاچقندن، مضلمات بحثینی اوقدقدن صوڭره مراجعت ایتو ضروردر.

(م ق) خطی (م و) خطینڭ ایچنده بولاچقندن (شرط بوینچه) (م و) خطی، (م ق) خطندن اوزون بولادر. (§ ۹).

§ ۵۰ نتیجه ۱ — بر نقطه‌دن بر مستقیمه توشرولگان ایکی مساوی خط مائل، عمودنڭ قاعده‌سندن بردای برافلقده بولور. چونکه، آلای بولماسه، بری آخریله برابر بولمیه‌چقندن عمودنڭ قاعده سندن بردای براقلقده بولمیه‌چقلر؛ بو ایسه فرضبزغه خلافدر.

§ ۵۱ نتیجه ۲ — بر نقطه‌دن مستقیمه توشرولگان تورلی خط مائلنڭ اوزونراغی، عمودنڭ قاعده‌سندن براقده‌راق بولغانیدر.
چونکه، عمودنڭ قاعده‌سندن براق بولغان مائل، بوتان مائلدن اوزونراقدر.

§ ۵۲ نتیجه ۳ — خارجده‌گی بر نقطه‌دن، بر مستقیمگه بری آخری ایله مساوی بولمق شرطیله، ایکیشه‌ر مائلدن آرتق مائل توشروب بولمیدر.
چونکه، عمودنڭ قاعده‌سندن بردای براقلقده فقط ایکی مائل بولا آلادر.

فصل IV

متوازی خطلر

§ ۵۳ تعریف — یوقاریده (§ ۲۶) بیان اولندیقی اوزره، بر سطحده بولوب، نی قدر صوزولغانده‌ده، بری آخریله تقاطع ایتمگان خطلرغه « متوازی خطلر = параллельныя линія » دیورلر.

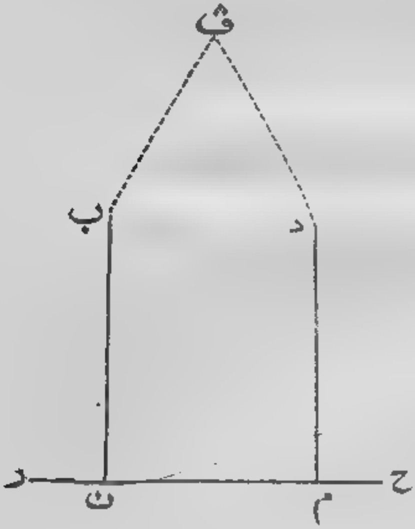
بوندابن خطلرنك بولووی ممکن ایدوکی کیلاچکده‌گی دعوی‌لرده اثبات ایتولور.

خطلرنك بری آخر یله متوازی ایدوکینی (II) علامت ایله کورکازولور.

(اب II حر) کبی تعبیرنی ، (اب) خطی ، (حر) خطینه متوازیدر دیه اوقولور.

§ ٥٤ دعوی — برمستقیم‌گه عمود بولغان ایکی مستقیم بری آخر یله متوازیدر.

فرض ایندك ، (رسم ۴۳) ده‌گی ، (دم ، بن) مستقیملری (حر) مستقیمینه عمودلردر؛ بو وقتده (دم) خطی (بن) خطینه متوازی بولووی لازمدر؛ چونکه (دم) خطی (بن) خطینه متوازی بولماسه ، امتدادلرنده بری آخر یله بر نقطه‌ده مثلا (ق) نقطه‌سنده تقاطع ایتووی ضروریدر؛ لکن بو وقتده (ق) نقطه‌سندن ، (حر) مستقیمینه (دم ، بن) کبی ایکی عمود توشورمك ممکن بولادرکه ، بو ایسه محالدر. (§ ۴۷).

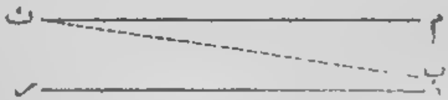


(رسم ۴۳)

شونك ایچون ، (حر) خطینه عمود بولغان (دم ، بن) خطلری نی قدر صوزولسه‌لرده ، بری آخر یله تقاطع ایتماسکه تیوشدر؛ بو یله ایسه ، (§ ٥٤) بونلرنك ، بری آخر یله متوازی بولووی ثابت بولوب ، حاصل بولمش بولور.

§ ۵۵ **متعارفه** — بر نقطه‌دن بر مستقیم‌گه یالغز بر موازی خط صزمق ممکندر.

مثلا نقطه‌سندن، (ح ر) خطینه موازی بولارق، (م ن) خطی صزواسه، (م ن) خطندن باشقه، (ن) نقطه‌سندن صزولغان خط، مثلا (ب ن) خطی . (م ر) خطینه موازی بولماس، دیمك امتدادنده (ح ر) خطی ایله



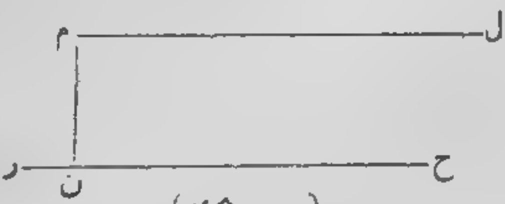
(رسم ۴۴)

تقاطع ایدر. (رسم ۴۴) نو مدعینی، اهل فن هیچ بر اثباتسز قبول ایتمشدر؛ ایلك اوّل قبول ایتکان کشی اقلیدس نام ذات بولدیغندن، بو متعارفه‌نی « اقلیدس متعارفه‌سی » دیوب یورگزه‌لر.

§ ۵٦ **دعوی** — بر نقطه‌دن، بر مستقیم‌گه موازی ایتوب، هر وقت بر مستقیم صزمق ممکندر.

(رسم ۴۵) (م) نقطه‌سندن، (ح ر) خطینه موازی بولغان خط صزمق ممکن ایدوکینی هم آنگده برگنه ایدوکینی اثبات ایتمك مطلوبدر.

بونی اثبات ایچون، (م) نقطه‌سندن (ح ر) خطینه عمود توشرولور؛ مثلا (م ن)؛ صوگره (م ن) خطینه عمود بولاره‌ق، (ل م) خطی صزولور.



(رسم ۴۵)

(ل م) خطی (ح ر) خطینه موازی بولور؛ چونکه، (ل م) خطی (ح ر) خطینه موازی بولماسه، بر نقطه‌دن بر مستقیم‌گه ایکی عمود توشرمك ممکن بولادر؛ بو ایسه محالدر. (§ ۴۷).

(م) نقطه‌سندن، (ح ر) خطینه موازی ایتوب، (ل م) خطندن باشقه خط صزمق ممکن دکلدر. (§ ۵۴).
بونك ایله مدعیمز اثبات ایتولمش بولور.

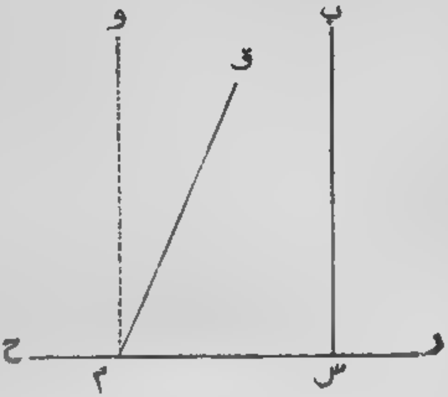
§ ۵۷ دعوی — ایکی مستقیم، اوچنجی بر مستقیمه موازی بولسه اول ایکی مستقیمده بری آخرینه موازی بولور.

(رسم ۴۶) (س و، م ن) خطلری (ح ر) خطینه موازیلردر؛ (س و) خطینك، (م ن) خطینه موازی ایدوکینی اثبات ایتمك مطلوبدر.

(رسم ۴۶)

فرض ایتدك، اگر (س و) خطی (م ن) خطینه متوازی بولماسه، البته بولار یعنی (س و، م ن) خطلری بری آخریله بر نقطه‌ده تقاطع ایته‌رلر؛ مثلا (ق) نقطه‌سنده؛ اول وقتده، برنقطه‌دن بر مستقیمه مثلا (ح ر) گه ایله متوازی خط صزمق لازم کلور؛ بو ایسه، محالدر. (§ ۵۴).

§ ۵۸ دعوی — ایکی مستقیمدن بری، اوچنجی بر مستقیمه عمودی بولوب، ایکنچیسی مائل بولسه، بو ایکی مستقیم بری آخرینه موازی بولماس.

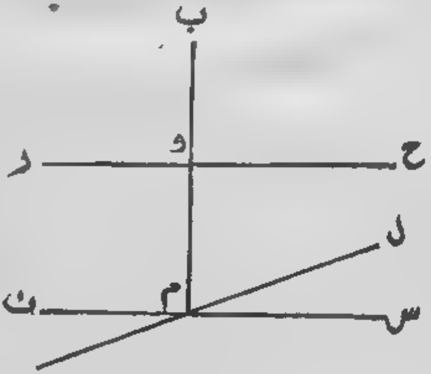


(رسم ۴۷)

(رسم ۴۷) (ب س) خطی ، (ح ر) خطینه عمودی ، (ق م) خطی ایسه ، (ح ر) خطینه مائل بولغانده ، (ب س) خطی (ق م) خطینه موازی بولماس.

بونی اثبات ایچون ، (م) نقطه‌سینه (و م) عمودینی اوطرتولور؛ (ب س) خطی (و م) خطینه موازی بولوب ، (§ ۵۴) ، (ق م) خطینه موازی بولماس (§ ۵۵).

§ ۵۹ ایکی خط متوازیدن برینه عمود بولغان بر خط مستقیم ایکنچیسینه‌ده عمود بولور.



(رسم ۴۸)

(رسم ۴۸)ده بزه بیرولمش: (ح ر) خطی (س ن) خطینه موازیدر؛ (ب و) خطی (ح ر) خطینه عمودیدر؛ ایمدی (ب و) خطینڭ (س ن) خطینه‌ده عمودی ایدیکینی اثبات لازمدر.

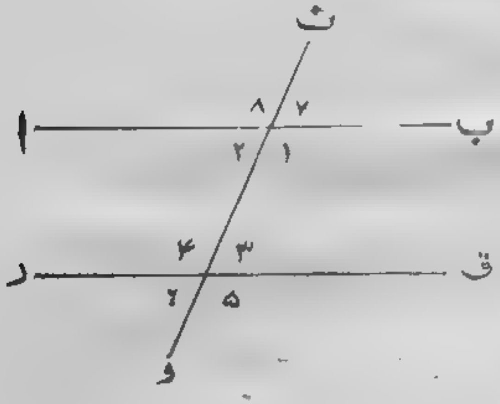
بونی اثبات ایچون بولای محاکمه ایته‌بز: (ب و) خطینی (س ن) خطینه تقاطع ایتکانچه صوزابز؛ شول وقتده (و م) خطی (س ن) خطینه عمود بولورغه تیوشلیدر؛ اگر (س ن) خطینه

(و م) خطی عمود بولماسه، ایکنچی بر خطغه عمود بولور؛ مثلا: (ل م) خطینه؛ بو وقتده بر مستقیمگه برنقطه‌دن ایکی خط موازی صزه‌ق ممکن بولور؛ زیرا، (س ن) خطی (ح ر) خطینه، ایتولمش شرط بوینچه، موازیدر؛ اما (ل م) خطی ایسه، یوقارووده‌غی دعوی بوینچه (§ ۵۴) (ح ر) خطینه موازیدر؛ بو ایسه محالدر؛ (§ ۵۵).

بناءً، (و م) خطی (س ن) خطینه‌ده عمود بولادر.

§ ٦٥ تعریفات — متوازی خطلرنك اوستندن اوتوب کیتکان

خطغه «خط قاطع یا که قاطع» دیورلر؛ قاطعنك متوازی خطلر ایله تقاطعندن حاصل بولغان زاویه‌لر، توبانده مذکور اسملر ایله آطالورلر: (رسم ۴۹)



(رسم ۴۹)

متوافق زاویه‌لر: ۸ ایله ۴، ۲ ایله ۶، ۷ ایله ۳، ۱ ایله ۵،

ایچده‌گی متبادل زاویه‌لر: ۲ ایله ۳، ۱ ایله ۴.

طشده‌غی متبادل زاویه‌لر: ۷ ایله ۶، ۵ ایله ۸.

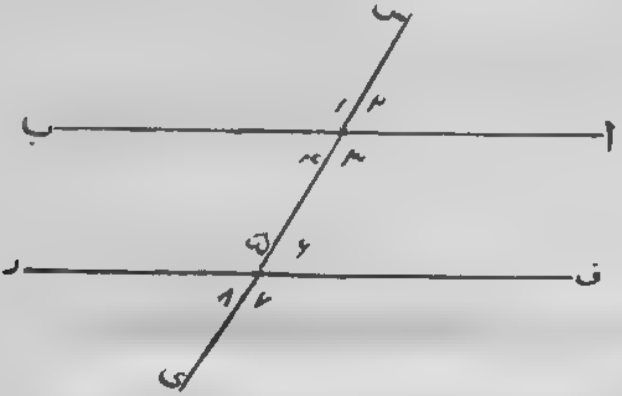
بر طرفده بولغان ایچکی زاویه‌لر: ۱ ایله ۳، ۲ ایله ۴.

بر طرفده بولغان طشقی زاویه‌لر: ۷ ایله ۵، ۸ ایله ۶.

§ ٦٦ دعوی — متوازی ایکی خط، قاطع ایله تقاطع ایتکانده:

(۱) متوافق زاویه‌لر مساویلردر.

٢ ، ایچده‌کی متبادل زاویه‌لر مساویلردر.
٣ ، طشده‌قی متبادل زاویه‌لر مساویلردر.
٤ ، برطرفده بولغان ایچکی ایکی زاویه‌نلك مجموعی ایکی قائمه‌گه.
٥ ، بر طرفده بولغان طشقی ایکی زاویه‌نلك مجموعی ایکی قائمه‌گه مساویدر. فرض ایتدك ، (رسم ٥٠) (ا ب ایله ق ر) خطلری موازی ، (س ی) خطی ایسه قاطعدر؛ اثبات ایتارگه تیوشلی :



(رسم ٥٠)

١) ∠٢ = ∠٦ هم ∠١ = ∠٥ ، ∠٣ = ∠٧ هم ∠٤ = ∠٨
٢) ∠٤ = ∠٦ هم ∠٣ = ∠٥
٣) ∠٢ = ∠٨ هم ∠١ = ∠٧
٤) ∠٣ + ∠٦ = ٢ ق∠ هم ∠٤ + ∠٥ = ٢ ق∠
٥) ∠٢ + ∠٧ = ٢ ق∠ هم ∠١ + ∠٨ = ٢ ق∠

اثبات :

١ — (ا ب ایله ق ر) خطلری موازی بولوب ، (س ی) خطی قاطع بولسه ، متوافق زاویه‌لر مساویلردر؛

دیمك : $\angle ٢ = \angle ٦$
$\angle ١ = \angle ۵$
$\angle ٣ = \angle ٧$
$\angle ۴ = \angle ٨$

چونکه (اب ایله ق ر) خطلری موازی بولدقلرندن ، (س ی) قاطعی هر ایکسینه‌ده بردای مائل بولادر؛ شونك ایچون ، آنلرنك بری ایله نیندابن زاویه‌لر حاصل بولسه ، ایکنجیسیله‌ده شوندابن زاویه‌لر حاصل بولادر. بو حالده $\angle ٢ = \angle ٦$ ، $\angle ١ = \angle ۵$ ، $\angle ٣ = \angle ٧$ ، $\angle ۴ = \angle ٨$ لردر. (١)

٢ ــ ایچده‌گی مبادل زاویه‌لر مساوی بولورلر.
چونکه متقابل بولدقلرندن $\angle ۴ = \angle ٢$ در؛ شونك ایچون (§ ٩) گه بناءً $\angle ۴ = \angle ٦$
باشقه‌لرنکده مساوی ایدوکلرینی مذکور منوال اوزره اثبات اینولور،
٣ ــ طشده‌عی متبادل زاویه‌لر مساوی بولورلر دیمك :
$\angle ٢ = \angle ٨$ هم $\angle ١ = \angle ٧$

چونکه ٢ $\angle$ رأسًا مقابل بولدقندن ۴ $\angle$ سینه مساویدر؛ ۴ $\angle$ ایسه ایچده‌گی متبادل زاویه‌لردن بری بولدیغینه بناءً ٦ $\angle$ سینه مساویدر؛ حالبوکه ، رأسًا مقابل بولدقلرندن ٦ $\angle$ س ٨ $\angle$ سینه مساویدر؛ بناءً علیه ٢ $\angle$ سینك ٨ $\angle$ سینه مساوی بولووی ضرورة ظاهر ومنتج بولادر.
١ $\angle$ سینك ٧ $\angle$ سینه مساوی ایدوکینی شولوق طریق ایله اثبات اینولور.

٤ ــ خط قاطعنك بر طرفنده بولغان ایچکی ایکی زاویه‌نك مجموعی ایکی قائمه‌گه مساویدر؛ ایکنچی تورلی ایتوب اینکانده

(١) بو اورنده ٢ $\angle$ سینك ٦ سینه مساوی ایدیکینی جزبه ایله اولچاب تطبیق ایده‌رك عیانی کورگازیلور؛ بوزاویه‌لرنك مساواتی مثلث بحثنده دها روشان روشده اثبات اینولور.

∠٣ + ∠٦ = ٢ ق

∠٤ + ∠٥ = ٢ ق بولورلر.

چونکه، (س ی) خط مستقیمنکْ بر یاغنده وینه‌شه بولنقلرندن ∠٣ ایله ∠٤ ایکی قائمه‌گه مساویلردر؛ متبادل زاویه‌لر بولنقلرندن طولایی مساوی بولدیغی ایچون، ∠٤ سی اورنینه ∠٦ سینی آلغانده محاکمه‌گه ضرر کیلاچك توگلدر؛ بناءً علیه ∠٣ + ∠٦ = ٢ ق در. ∠٤ ایله ∠٥ لرینکْ ایکی قائمه‌گه مساوی ایدوکلرینی اثبات ایتوده مذکور طریق ایله‌در.

٥ — خط قاطعنکْ بر طرفنده بولغان طشقی ایکی زاویه‌نکْ مجموعی ایکی قائمه مساویدر؛ دیمك:

∠٢ + ∠٧ = ٢ ق

∠١ + ∠٨ = ٢ ق بولور

چونکه مستقیمنکْ بر طرفنده هم ینه‌شه بولنقلرندن ∠٢ سی ایله ∠٣ سینکْ مجموعی ایکی قائمه‌گه مساویدر؛ متوافق بولنقلرندن طولایی مساوی بولدیغی ایچون، ∠٣ سی اورنینه ∠٧ سینی آلمق ممکندر؛ بناءً علیه ∠٢ سی ایله ∠٧ سینکْ مجموعی ایکی قائمه‌گه بولادر.

شوشی یول ایله ∠١ + ∠٨ = ٢ ق ایدوکیده اثبات ایتولور.

§ ٢٦ دعوی معکوسه — ایکی خط موازینی اوچنچی بر خط قطع ایتوب،

١ — ایچده‌گی ایکی متبادل زاویه بری آخرینه مساوی.

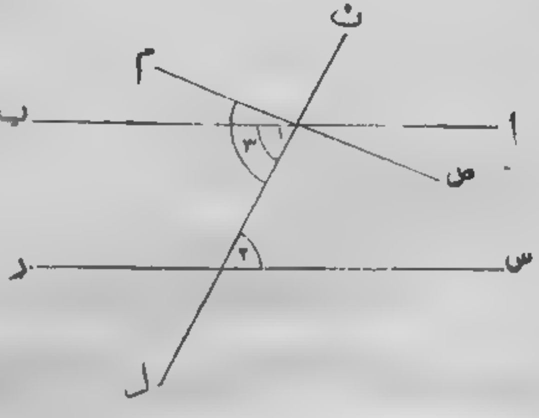
یاکه ٢ — طشده‌غی ایکی متبادل زاویه بری آخرینه مساوی.

یاکه ٣ — متوافق زاویه‌لر بری آخرینه مساوی.

یاکه ٤ — قاطعنکْ بر طرفنده بولغان ایچکی ایکی زاویه مجموعی ایکی قائمه‌گه مساوی،

یا که ٥ ــ قاطعنڭ بر طرفنده بولغان طشقی ایکی زاویه‌نڭ مجموعی ایکی قائمه‌گه مساوی بولسه، بو خطلر موازی بولورلر.

ا ــ فرض ایتدك، (رسم ٥١) ایچده‌گی ١ ∠ ایله ٢ ∠ زاویه‌لر مساویلردر؛ (ا ب) خطی ایله (س ر) خطینڭ موازی ایدیکینی اثبات ایتو مطلوبدر.



(رسم ٥١)

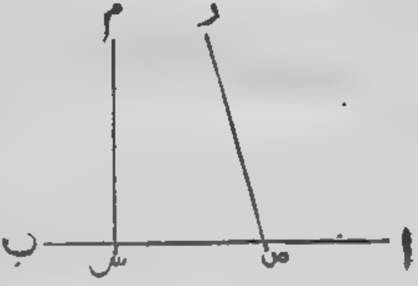
شیمدی بویله محاکمه ایته‌بز: فرض ایتدك، (ا ب) خطی ایله (س ر) خطی متوازی بولمابچه، (سَ ر) خطی ایله (ص م) خطی متوازی بولسون. اول وقتده خطنڭ متوازی بولدیغی خاصه‌سینه بناءً، ٣ ∠ ایله ٢ ∠ لری‌نڭ مساوی بولمقی لازمدر؛ لکن اوّلگی فرضمزغه بناءً، ١ ∠ ایله ٢ ∠ مساویلردر؛ بناءً علیه ٣ ∠ ایله ١ ∠ لری‌نڭ مساوی بولووی لازم کلور؛ بو ایسه محالدر؛ چونکه ١ ∠، ٣ ∠ سینڭ جزئی بولدیغندن، ٣ ∠ گه مساوی بولووی ممنوعدر. (§ ٩).

باشقه دعوی معکوسه‌لرنڭ اثباتیده اوشبو طرز ایله‌در.

§ ٦٣ نتیجه ــ قاطعنڭ بر طرفنده بولغان ایچکی ایکی زاویه‌نڭ مجموعی ایکی قائمه‌گه مساوی بولماسه، مستقیم‌لر، اوزلری‌نڭ امتدادلرنده تقاطع ایته‌رلر؛ اگر تقاطع ایتماسه‌لر، خطلر متوازی بولوب، ایچکی ایکی زاویه‌نڭ مجموعی ایکی قائمه‌گه مساوی بولووی لازم کلور.

فائده: حضرت عیسی (علیه السلام) دن اوچ عصر مقدم یاشاگان مهندس مشهور اقلیدس بو ماده‌نی، خطلرنك توازیسی طوغریسنده متعارفه مقامنده قبول ایتمشدر؛ لکن یوقاروده (§ ۵۴) ایتولمش متعارفه‌سینی قبول ایتو معقولره‌ق هم جیگلره‌ك بولدیغندن بز شونی قبول ایتدك.

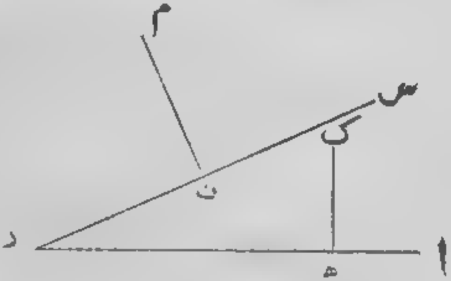
§ ۶۴ — فائده — موازی بولماغان خطلرنك ایکی علامتی:



(رسم ۵۲)

ا — بر مستقیم اوزرینه قویولغان خط عمودی (م س) ایله مائل بولغان (ص ر) خطی تقاطع ایته‌رلر. (رسم ۵۲) چونکه خط قاطعنك بر طرفنده بولغان ایچکی ایکی زاویه‌لر دیمك ر ص س ∠ ایله ص س م ∠ سینك مجموعی ایکی قائمه‌گه مساوی توگلدر.

۲ — تقاطع ایته طورغان ایکی مستقیمگه (س د هم ا د) اوطرتولمش ایکی خط عمودی (ك ه، م ن) تقاطع ایته‌رلر. (رسم ۵۳) چونکه، تقاطع ایته طورغان ایکی مستقیمگه اوطرتولغان ایکی خط عمودی تقاطع ایتماسه‌لر آنلرنك موازی بولولری لازم بولادر؛ بناءً علیه موازی خطلرنك برسینه (ه ك) عمودی بولغان (ه ر) خطی ایکنچیسینه‌ده عمودی بولادر؛ اوشانداق، (ن م) خطینه عمودی

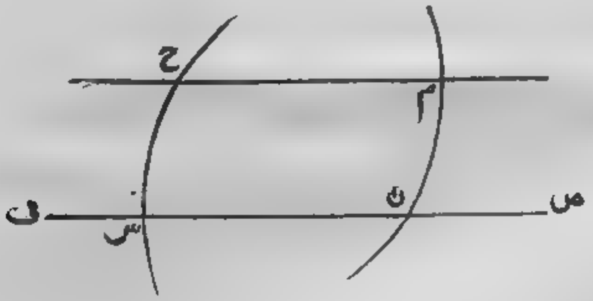


(رسم ۵۳)

بولغان (ن ر) خطی (ه ك) خطینه عمودی بولوب، بر نقطه‌دن ایکی ایکی عمود وضع اینمك لازم کلور؛ بونلڭ محال ایدیکی یوقاریده بیان (۴۸ §) اینولمش ایدی.

§ ٦۵ مسئله — بیرولمش نقطه (ح) اوستندن، (ص ق) خطینه موازی خط صزمق مطلوبدر. بو مسئله‌نی حل اینو ایچون اوچ طریق واردر؛ آنلرنلڭ ایلڭ جیکل وساده‌سی برنچی بولارق ذکر اینولمشدر.

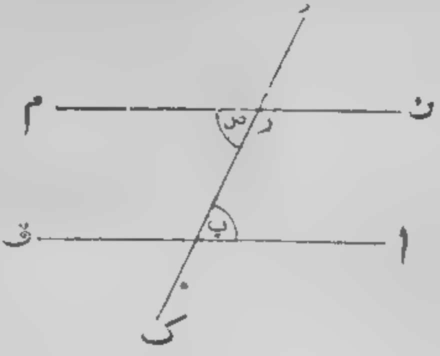
۱ — جزبه‌نلڭ بىر آیاغینی (ح) نقطه‌سینه قویوب، (م ن) قوسی (جه‌یه‌سی) صزیلور؛ صوڭره جزبه‌نلڭ آچولووینی اوزگارتمایىچه، جزبه‌نی (ن) نقطه‌سینه اوطرتوب، (ح س) قوسی صزیلور، صوڭره جزبه ایله، (ح س) قوسینلڭ زورلغینی (م ن) قوسینه تطبیق اینوب،



(رسم ۵۴)

(م ن) قوسی (ح س) قوسینه مساوی اینولدکندن صوڭره (م) نقطه‌سینی (ح) نقطه‌سینه بر مستقیم ایله طوتاشدرولسه، مطلوب بولغان خط موازی حاصل بولور دیمك (م ح) خطی (ص ق) خطی ایله موازیدر. (رسم ۵۴)

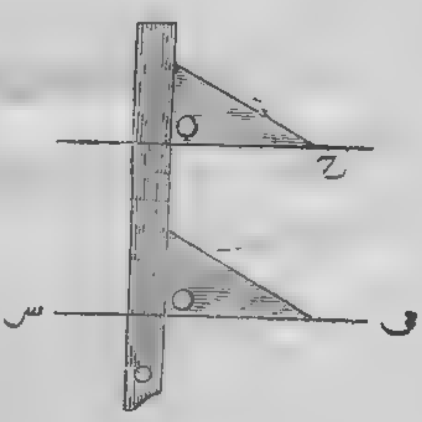
۲ — (رسم ۵۵) (ا ق) خطینه موازی اینوب (ر) نقطه‌سندن مستقیم صزمق ایچون، اوّل (ر) نقطه‌سندن (ا ق) خطینه طابا برمستقیم



(رسم ٥٥)

صزيلور مثلا (د ك) صنوگره (ب ∠) سينه مساوى ايتوب (ر) نقطه‌سى يانينه (ب ∠) سينه متبادل بولغان ص ∠ ياصالبور؛ بوندن صوگره (ر م) خطى صزيلورسه، آنلر موازى بولورلر؛ چونكه متبادل زاويه‌لر مساويلردر.

٣ — (رسم ٥٦) . (ح) نقطه سندن (ق س) خطينه موازى خط صزيلور:



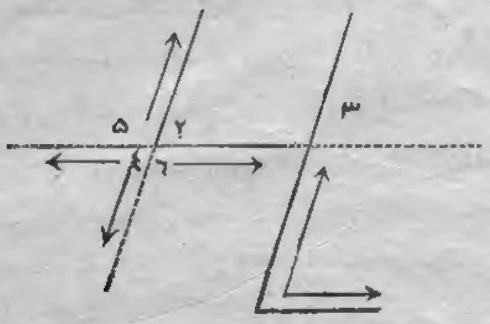
(رسم ٥٦)

اوّل گونيه (ق س) خطى اوستينه قويولور؛ صوگره گونيه‌نك كيك باشينه مخطاط قويولوب، بر قول ايله باصوب طوريلور؛ بوندن صوگره گونيه‌نى (ح) نقطه‌سى كوريلگانچه، مخطاط بويىچه شوديروب كيتوروب، گونيه بويىچه (ح) نقطه سينه خط صزيلورسه، شول خط (ق س) خطينه موازى بولادر ديمك (ق س ‖ ح ص).

§ ٦٦ دعوى — بر زاويه‌نك ضلعلرى ايكنچى بر زاويه‌نك ضلعلرينه موازى بولسه‌لر، اول زاويه‌لر مساوى بولورلر ياكه آلارنك مجموعى ايكى قائمه‌گه مساوى بولور.

بو تقدیرده اولاچق اوچ احتمالنی قارایق (رسم ٥٧):

١ — فرض ایندك ١ ∠ سینك ضلعلری ٢ ∠ سینك ضلعلریله موازی بولدقلریله برابر، رأس زاویه‌لردن امتدادلریله بر طرفغه طابابولسون (ضلعلری نك توجهلرینی رسمده اوق ایله کورگازولمشدر) ٢ ∠ سینك ضلعلریندن برینی ، ١ ∠ سینك ضلعلریندن بریله تقاطع ایتکانچه صوزسه‌ق،



(رسم ٥٧)

٣ ∠ سی حاصل بولور؛ اول ایسه ١ ∠ سینه مساویدر؛ چونکه آنلر متوافق زاویه‌لردر؛ بناءً علیه ١ ∠ = ٢ ∠ ؛ چونکه ٢ ∠ سی، ٣ ∠ سینه متوافق بولدیقندن مساوی بولوب، ٣ ∠ سی اورنینه ٢ ∠ سینی آلمق ممکندر (§ ٩).

٢ — فرض ایندك ١ ∠ سینك ضلعلری، ٤ ∠ سینك ضلعلری ایله موازی بولوب، رأس زاویه‌لردن توجهلری تورلی طرفغه بولسون. ٤ ∠ سینك ایکی ضلعنیده صوزو ایله، ١ ∠ سینه مساوی بولغان، ٢ ∠ سی حاصل بولورکه (یوقاریده اثبات ایتولدی) متقابل بولدقلرندن ٢ ∠ سی ٤ ∠ سینه مساویدر، بناءً علیه ١ ∠ = ٤ ∠ .

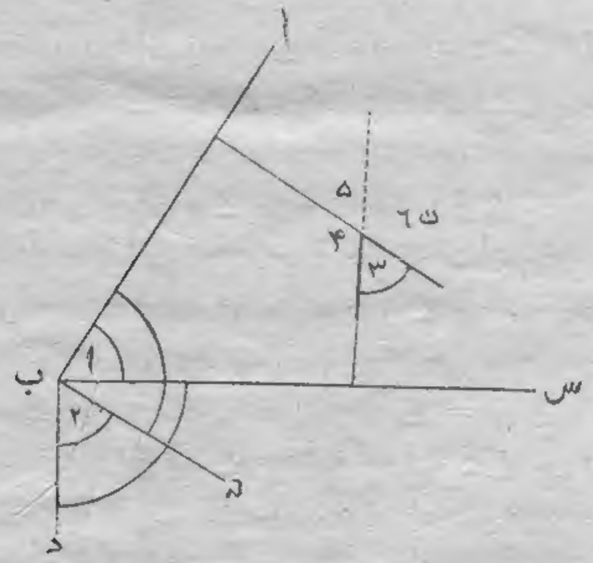
٣ — فرض ایندك، ١ ∠ سینك ضلعلری، ٥ ∠ سی ایله ٦ ∠ سینك ضلعلری ایله متوازی بولوب، آلاردن ایکاوی بر یاقغه، قالغان ایکاوی مقابل طرفغه توجه ایتسونلر.

٥ ∠ سینك (یاکه) ٦ ∠ سینك بر طرفینی صوزو ایله ٢ ∠ سی حاصل بولور؛ بوقاریده اثبات ایتولدیکی اوزره ٢ ∠ سی ١ ∠ سینه مساویدر؛ اما ٥ ∠ سینك ٢ ∠ سی ایله ایکی قائمه‌گه مساوی بولووی

متجاور زاویه‌لرنڭ خاصه‌لرینه مبنیدرکه ٥ ∠ 4 ٢ ∠ = ٢ ق. ٢ ∠ اورنینه ١ ∠ سینی آلمق ممکندر؛ بناءً علیه، ٥ ∠ 4 ١ ∠ = ٢ ق.
حاصل کلام، ایکی زاویه‌نڭ ضلعلری بتونلای برطرفقه یا که مقابل چهتلرگه متوجه بولسه‌لر، اول زاویه‌لر بری آخریله مساوی بولورلر؛ اگر بو شرطلر طابولماسه اول زاویه‌لرنڭ مجموعی ایکی قائمه‌گه مساوی بولور.

§ ٦٦ بر زاویه‌نڭ ضلعلری ایکنچی زاویه‌نڭ ضلعلرینه نظیر نظیره (١) عمود بولسه، بو ایکی زاویه یا بری برینه مساوی، یاکه آلارنڭ مجموعی ایکی قائمه‌گه مساری بولور.

١ — فرض ایتدك، (رسم ٥٨) (ا ب س) زاویه‌سی اثبات ایچون بیرولگان زاویه‌لردن بری بولوب، بر رقمیله اشاره ایتولسون.



(رسم ٥٨)

---

(١) قاراما قارشی .

١ ∠ سینك رأسندن ایکی خط صزیلور؛ آلارنك برنی (ب د ⊥ ب س) برسی ایسه (ب ی ⊥ ب ا) آلارایله حاصل بولغان ٢ ∠ سی، توبانده اینوله‌چك دلیل‌لرگه بناءً، ١ ∠ سینه مساویدر: (د ب س ∠) سی هم (ی ب ا) زاویه‌سی مساویلردر؛ چونکه آلار قائمه‌لردر؛ ایکی قائمه‌دن، آرالرنده مشترك بولغان زاویه‌نی مثلا (ی ب س) زاویه‌سینی طرح اینسه‌ك، ٢ ∠ سی ١ ∠ سینه مساویدر.

. شیمدی فرض ایندك، (ن) نقطه‌سی اطرافنده ٣ ∠ سی (یاکه ٤ ∠، یاکه ٥ ∠، یاکه ٦ ∠) بیرولمشدرکه، آنك ضلعلری ١ ∠ سینك ضلعلرینه عمود بولسون. اول وقتده مذکور زاویه‌نك ضلعلری ٢ ∠ سینك ضلعلری ایله موازی بولورلر؛ چونکه بر مستقیمگه وضع اینولگان ایکی عمود موازیلردر؛ بناءً علیه، (ن) نقطه‌سی اطرافنده بولغان زاویه، ٢ ∠ سینه مساوی بولور یاکه آنك ایله ایکی قائمه‌گه مساوی بولور. ٢ ∠ سی اورنینه آنگا مساوی بولغان ١ ∠ سی آلونورسه، مطلوبمز اثبات اینولمش بولور.

سؤالر

١ — موازی خط دیه نیندایِن خطلرغه اینوله؟

٢ — بر مستقیمگه عمود بولغان ایکی عمود نیندایِن بولور؟

٣ — بر نقطه‌دن بر مستقیمگه نیچه موازی خط صزمق ممکن؟

٤ — ایکی مستقیمدن بری، اوچنچی مستقیمگه عمودی بولوب، ایکنچیسینه مائل بولسه، بو ایکی مستقیم موازی بولورلرمی؟

٥ — ایکی مستقیم اوچنچی مستقیمگه موازی بولسه، اول ایکی مستقیمدن بری آخرینه موازی بولورمی؟

٦ — ایکی خط موازیدن برینه عمود بولغان بر مستقیم ایکنچیسینه‌ده عمود بولورمی؟

٧ — خط قاطع دیبه نیندایین خطقه ایتوله؟
٨ — موازی ایکی مستقیم قاطع ایله تقاطع ایتکانده نیندایین زاویه‌لر حاصل بولا؟ آلار نیچك؟
٩ — خطلر قای وقتده موازی بولورلر؟
١٠ — موازی بولماغان خطلرنك علامتی نیلر؟
١١ — مستقیمگه بر نقطه‌دن موازی خط صزو ایچون نیچه طریق بار؟
١٢ — بر زاویه‌نك ضلعلری ایکنچی زاویه‌نك ضلعلرینه موازی بولسه‌لر، اول زاویه‌لر نیندایین بولورلر؟
١٣ — بر زاویه‌نك ضلعلری ایکنچی زاویه‌نك ضلعلرینه نظیر نظیره عمود بولسه‌لر اول زاویه‌لر نیندایین بولورلر؟

صوڭ